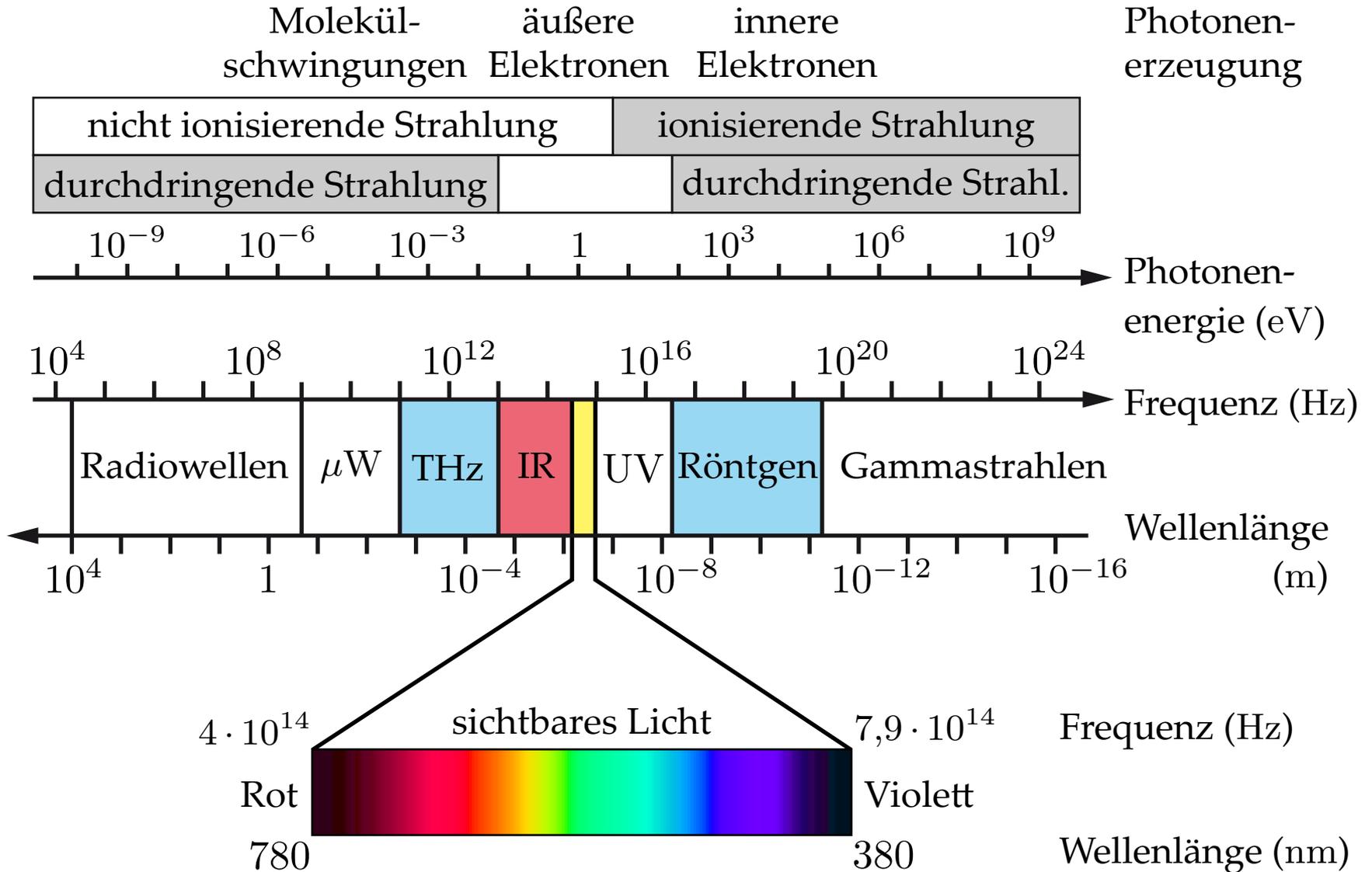


# 5. Farbe

# 5.1 Photometrie



## Gegenüberstellung radiometrischer und photometrischer Größen

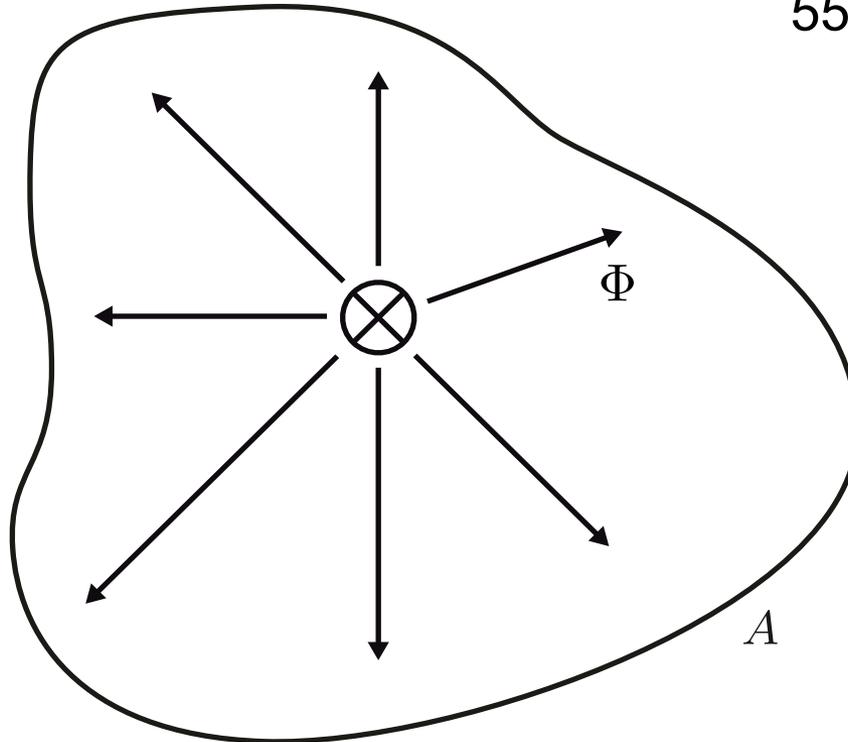
	radiometrische Größe	Symbol Einheit	Formel	Symbol Einheit	photometrische Größe
strahlungs- feld- bezogen	Strahlungsfluss <i>radiant flux</i>	$\Phi$ W	$\int \Phi dt$	$\Phi_1$ lm	Lichtstrom <i>luminous flux</i>
	Strahlungsenergie <i>radiant energy</i>	$Q$ J		$Q_1$ lm s	Lichtmenge <i>luminous energy</i>
sender- bezogen	Strahlstärke <i>radiant intensity</i>	$I$ W/sr	$\frac{d\Phi}{d\Omega}$	$I_1$ cd	Lichtstärke <i>luminous intensity</i>
	Strahldichte <i>radiance</i>	$L$ $\frac{W}{m^2 sr}$	$\frac{dI}{dA \cos \theta}$	$L_1$ cd/m <sup>2</sup>	Leuchtdichte <i>luminance</i>
empfänger- bezogen	Bestrahlungsstärke <i>irradiance</i>	$E$ W/m <sup>2</sup>	$\frac{d\Phi}{dA}$	$E_1$ lx	Beleuchtungs- stärke <i>illuminance</i>
	Bestrahlung <i>radiant exposure</i>	$H$ J/m <sup>2</sup>	$\int E dt$	$H_1$ lx s	Belichtung <i>luminous exposure</i>
physikalisch				physiologisch	

## Strahlungsfluss $\Phi$

- Gesamte Leistung der von einer Quelle emittierten elektromagnetischen Strahlung

## Lichtstrom $\Phi_1$

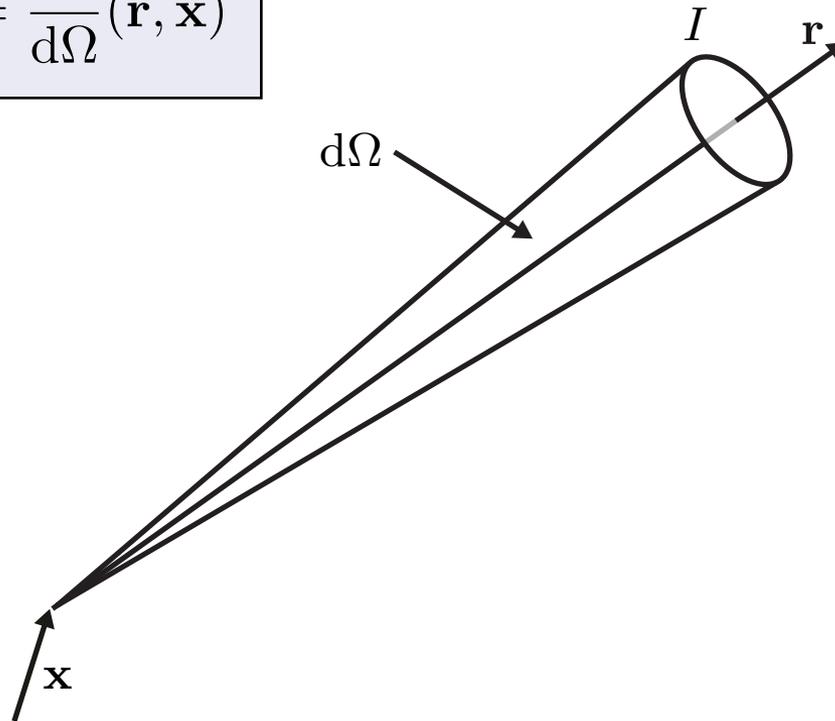
- „Helligkeitswirksame“ Strahlungsleistung
- 683 lm entsprechen einer Strahlungsleistung von 1 W bei 555 nm



## Strahlstärke $I$

- Raumwinkeldichte der am Ort  $\mathbf{x}$  in Richtung  $\mathbf{r}$  ausgestrahlten Leistung

$$I(\mathbf{r}, \mathbf{x}) = \frac{d\Phi}{d\Omega}(\mathbf{r}, \mathbf{x})$$



## Lichtstärke $I_1$

- Raumwinkeldichte des am Ort  $\mathbf{x}$  in Richtung  $\mathbf{r}$  ausgestrahlten Lichtstroms

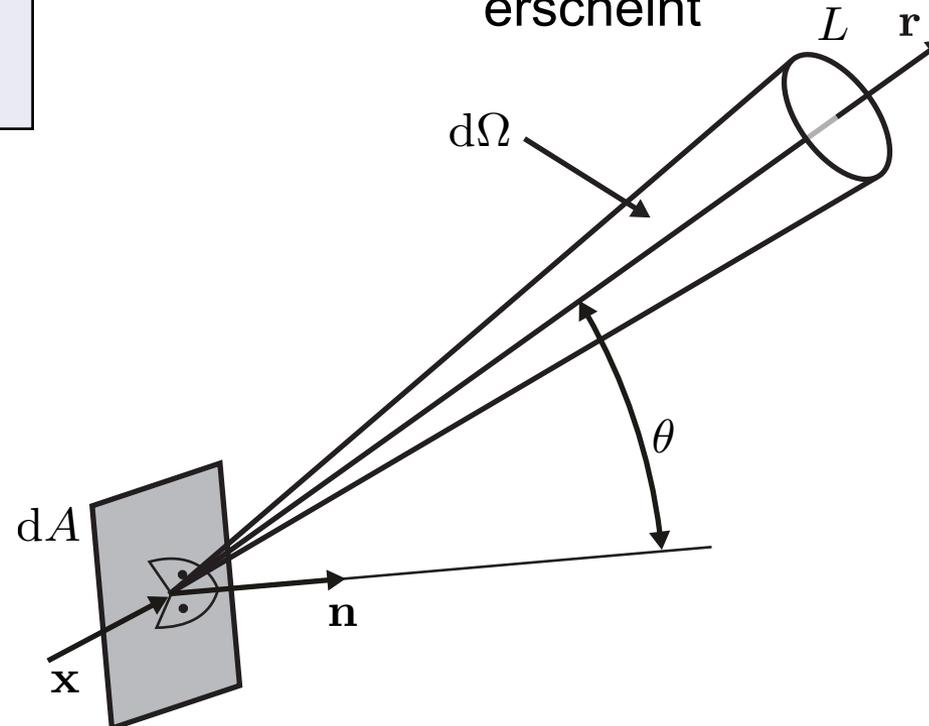
## Strahldichte $L$

- In Ausstrahlungsrichtung  $\mathbf{r}$  projizierte Flächendichte der vom Flächenelement  $dA$  ausgehenden Strahlstärke

$$L(\mathbf{r}, \mathbf{x}) = \frac{dI}{dA \cos \theta}$$

## Leuchtdichte $L_1$

- In Ausstrahlungsrichtung  $\mathbf{r}$  projizierte Flächendichte der vom Flächenelement  $dA$  ausgehenden Lichtstärke
- Beschreibt, wie hell eine Fläche erscheint



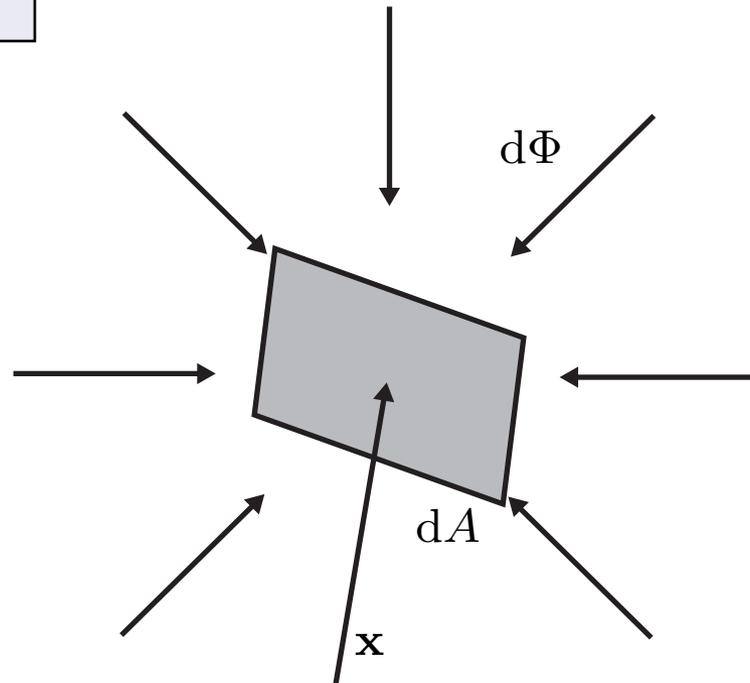
## Bestrahlungsstärke $E$

- Flächendichte des im Punkt  $x$  eingestrahlten Strahlungsflusses

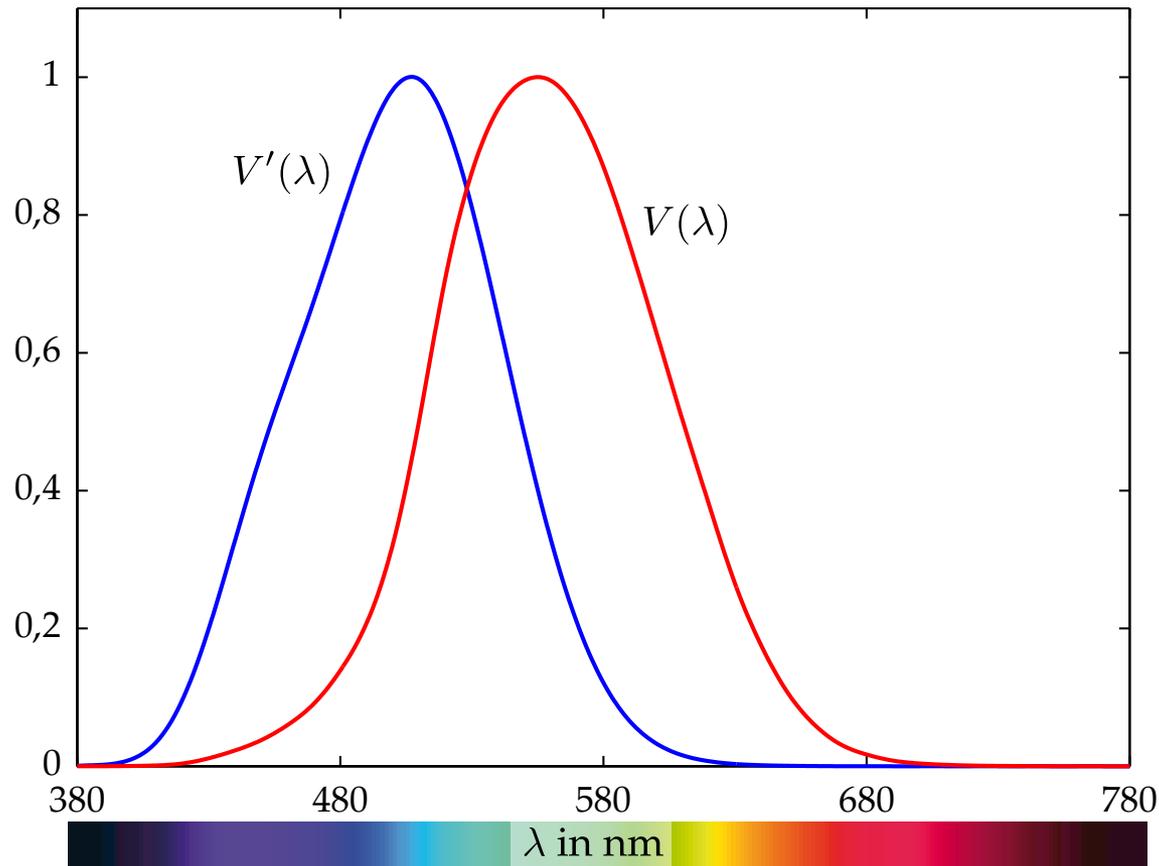
$$E(\mathbf{x}) = \frac{d\Phi}{dA}(\mathbf{x})$$

## Beleuchtungsstärke $E_1$

- Flächendichte des im Punkt  $x$  eingestrahlten Lichtstroms



- **Photometrische Größen** beziehen sich auf das Helligkeitsempfinden des menschlichen Auges
- **Hellempfindlichkeitsfunktion** ist wellenlängenabhängig und für Tages- und Nachtsehen unterschiedlich (**photopisches** bzw. **skotopisches** Sehen)



# 5.1 Photometrie

- Zur Definition des **photometrischen Basissystems** dient die normierte (Maximalwert 1) Hellempfindlichkeitsfunktion des helladaptierten Auges
- Hellempfindlichkeit ist keine metrische Größe (**Weber-Fechner-Gesetz**)  
 ⇒ Differenzen und Verhältnisse lassen sich nicht quantifizieren
- Aus einer **radiometrischen Größe**

$$X = \int_0^{\infty} X_{\lambda}(\beta) d\beta$$

mit der spektralen Dichte  $X_{\lambda}(\lambda)$  folgt die entsprechende **photometrische (lichttechnische) Größe**:

$$X_1 = K_m \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} X_{\lambda}(\beta) V(\beta) d\beta$$

- Die Konstante  $K_m$  verknüpft das photometrische und das radiometrische Maß- und Einheitensystem. Für das photometrische Basissystem gilt:

$$K_m = 683 \frac{\text{lm}}{\text{W}}, \quad \lambda_1 = 380 \text{ nm}, \quad \lambda_2 = 780 \text{ nm}$$

## Farbwahrnehmung

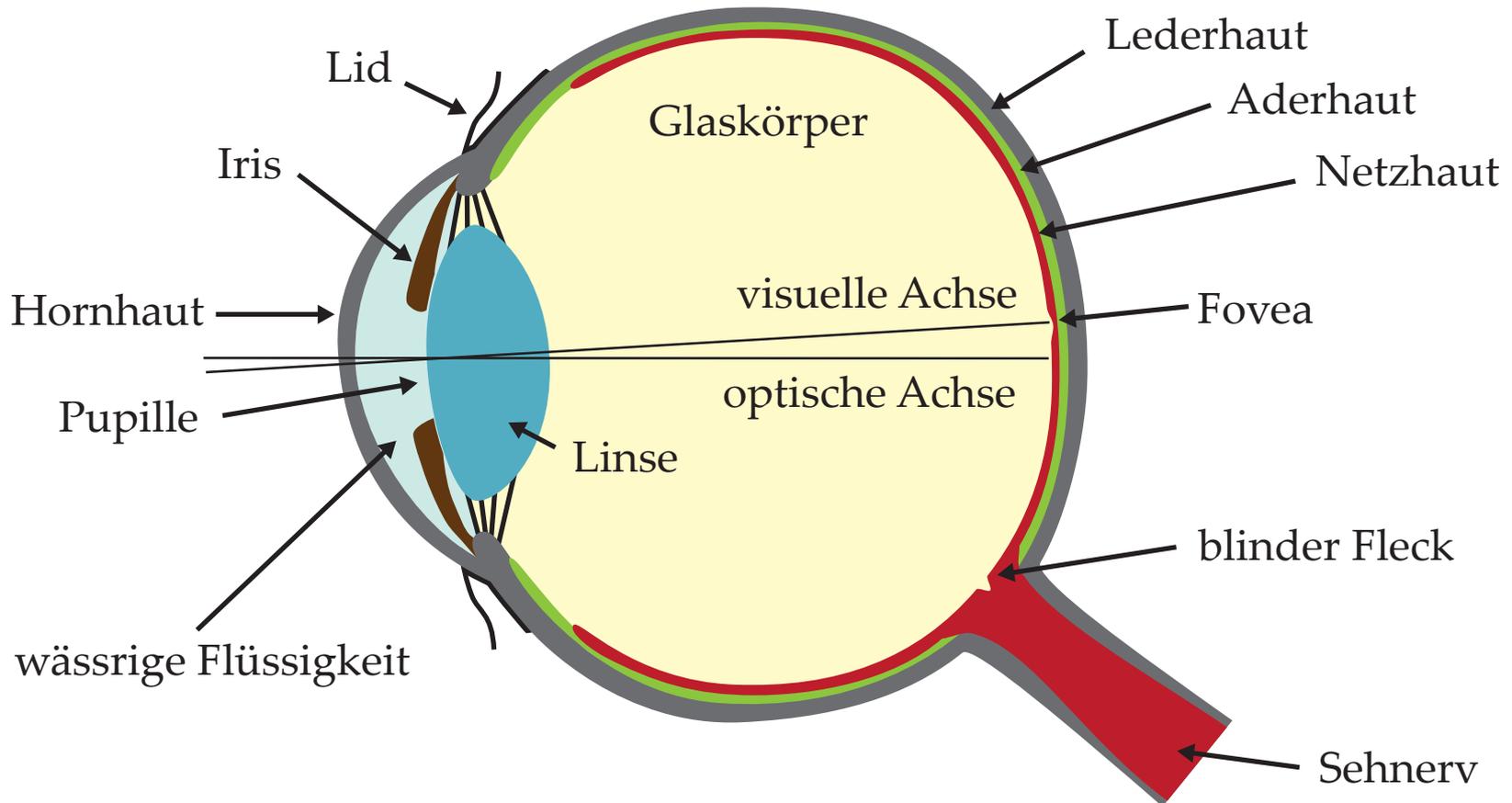
- Entsteht im Wesentlichen durch das Zusammenwirken
  - des Spektrums und der Richtung der **Beleuchtung**,
  - der spektralen Reflexions-, Streu-, Absorptions- und Transmissions-eigenschaften des beobachteten **Objekts**
  - und der biologischen Gegebenheiten des **Beobachters**
- Außerdem wird sie von weiteren Umgebungsbedingungen beeinflusst (z. B. benachbarte Farbeindrücke, vgl. Kap. 1)
- Wegen ihrer zentralen Rolle für die Definition und Messung von Farbe wird im Folgenden auf die Farbwahrnehmung des **menschlichen Auges** eingegangen

## Farbräume

- Farbräume sind dreidimensional und enthalten somit weniger Information als ein kontinuierliches elektromagnetisches Spektrum
- Daher können verschiedene Spektren den gleichen Farbeindruck hervorrufen

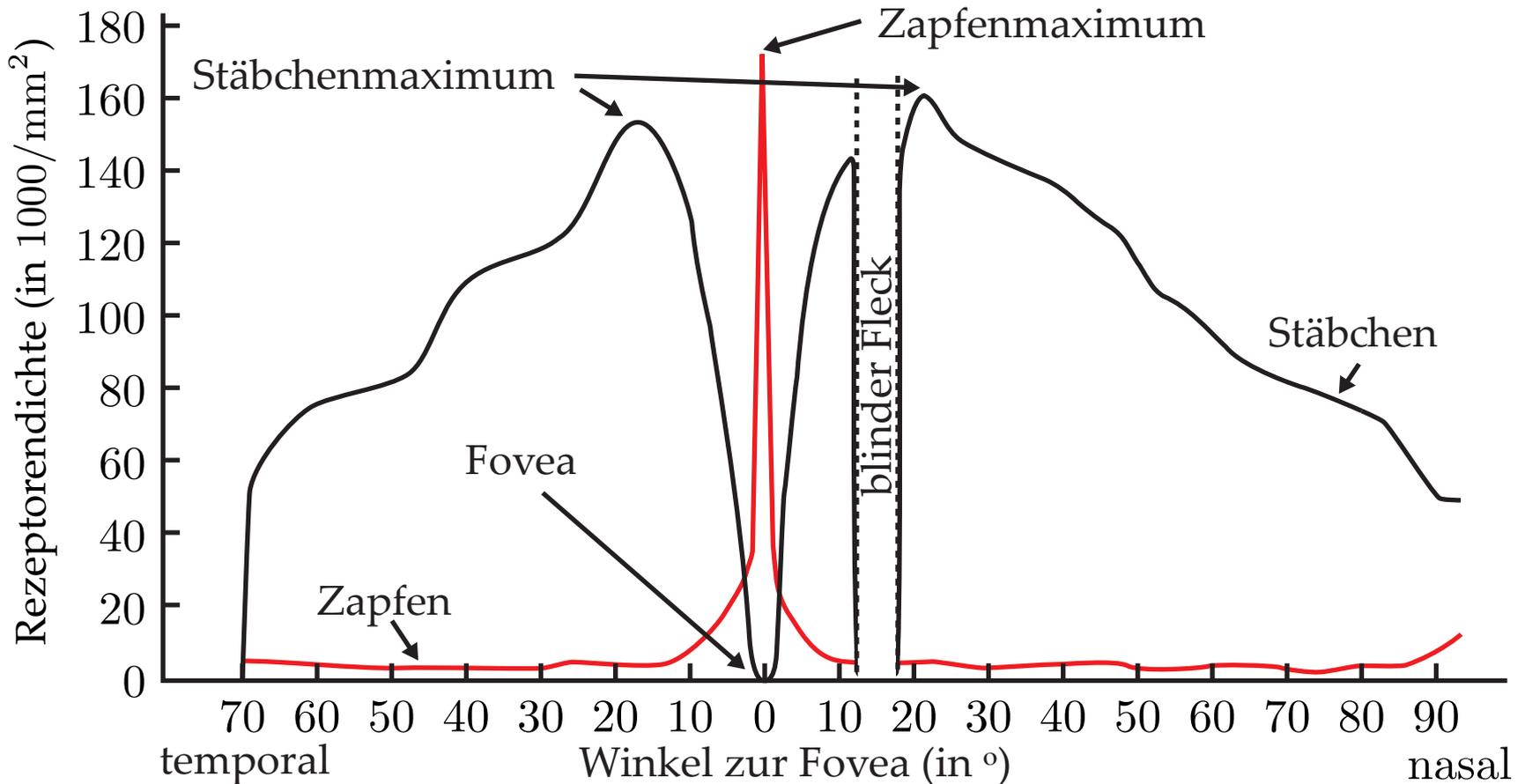
## 5.2.1 Farbwahrnehmung des menschlichen Auges

- Menschliches Auge ist nach dem Prinzip der Linsenkamera aufgebaut
- In der Netzhaut befinden sich fünf Arten lichtempfindlicher Rezeptoren
- Gesamtdynamik des Auges ca. 1:100.000.000 (Adaptation der Sehzellen)

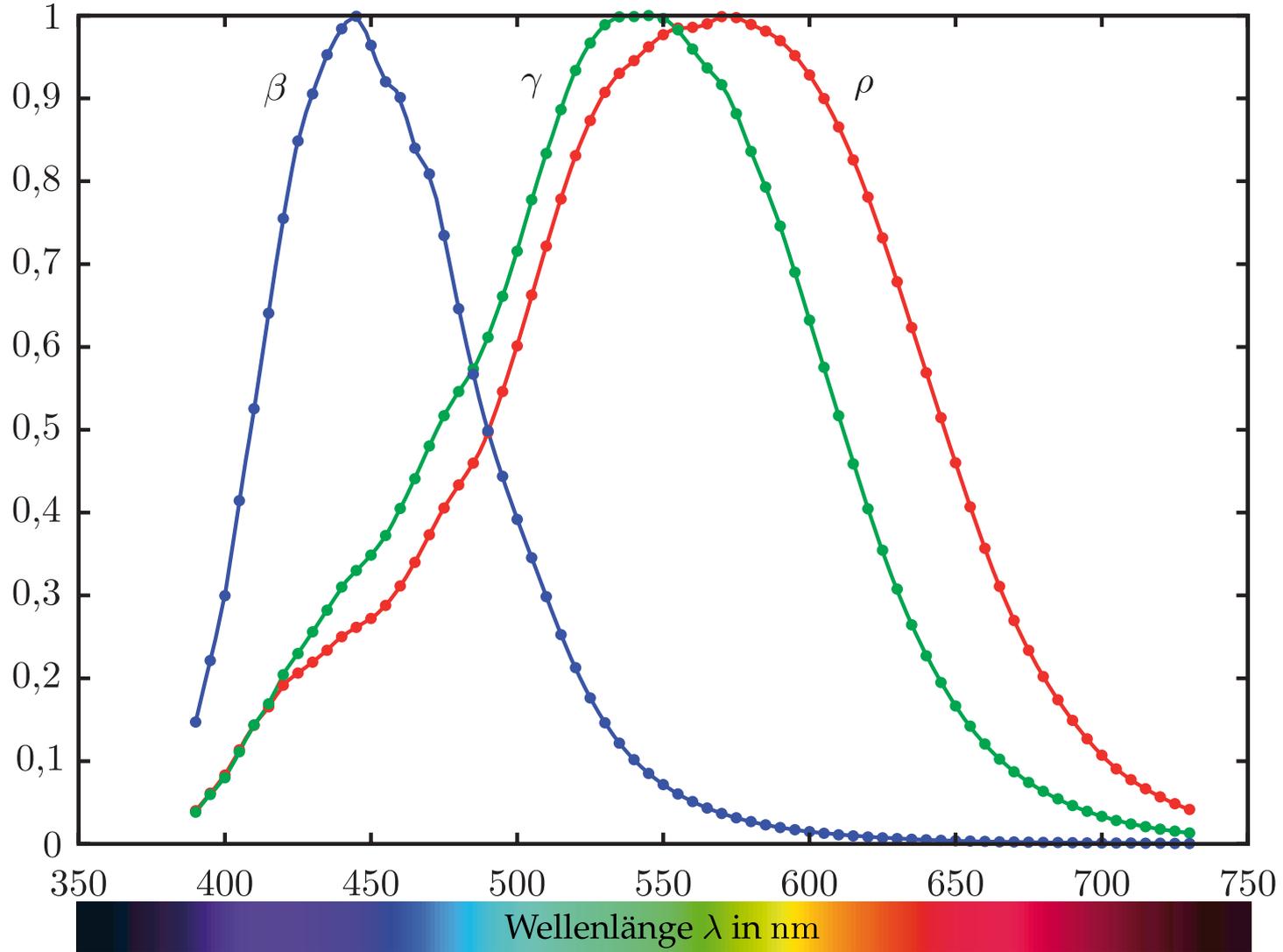


## 5.2.1 Farbwahrnehmung des menschlichen Auges

- Drei Arten von **Zapfen** für das photopische Sehen (Farbsehen)
- **Stäbchen** für das skotopische Sehen
- **Photorezeptoren** für die „biologische Uhr“ (Schlaf-/Wachrhythmus)



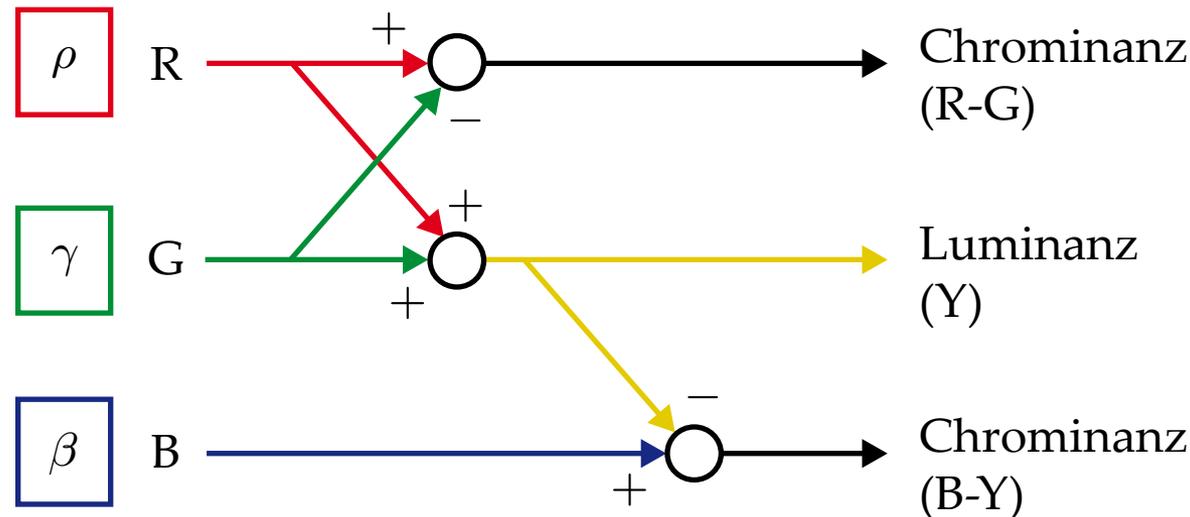
# 5.2.1 Farbwahrnehmung des menschlichen Auges



Normierte spektrale Empfindlichkeit der Zapfen

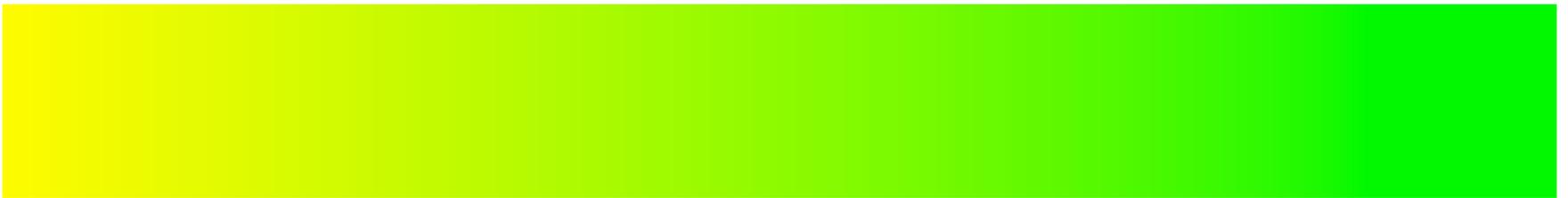
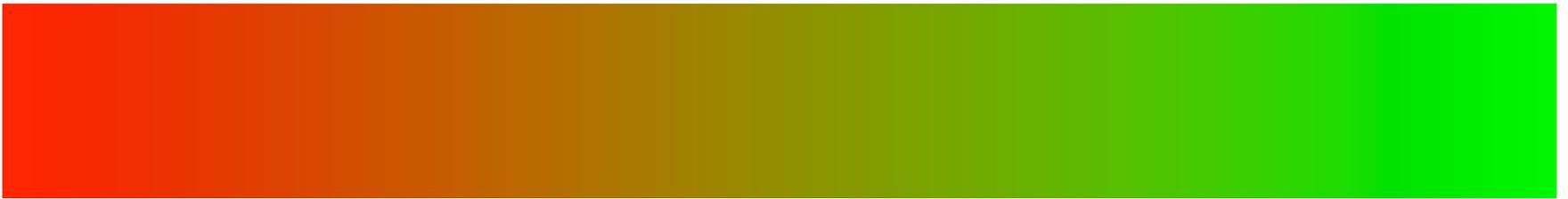
### Physiologische Verarbeitung der Sinnesreize der Zapfen

- Sinnesreize der Zapfen werden zu drei Nervensignalen kombiniert
  - Intensitäten der  $\rho$ - und  $\gamma$ -Rezeptoren zu **Luminanzkanal**  $Y$  addiert
  - Ferner werden zwei Chrominanzkanäle gebildet: **Rot-Grün-Chrominanz**  $R - G$  und **Blau-Gelb-Chrominanz**  $B - Y$



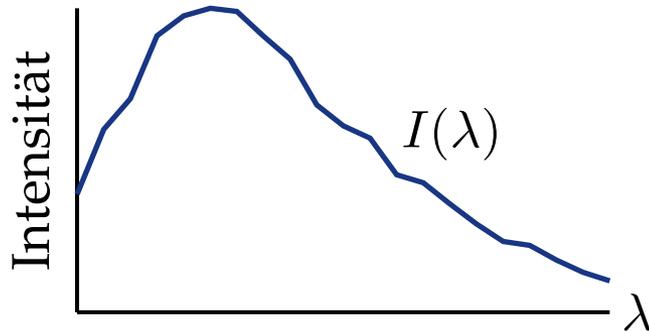
- Eine Farbe kann nicht gleichzeitig als bläulich und gelblich oder als rötlich und grünlich wahrgenommen werden; gleitende Übergänge zwischen anderen Farben (z. B. Gelb–Grün oder Blau–Rot) kommen dagegen vor

# 5.2.1 Farbwahrnehmung des menschlichen Auges



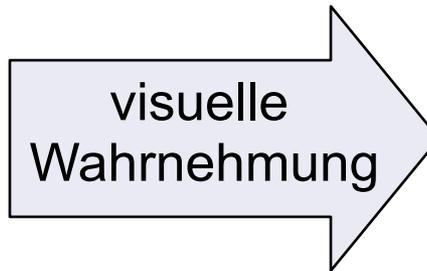
## Physik

- **Farbreiz** ist durch Spektrum  $I(\lambda)$  des einfallenden Lichts bestimmt
- Dimension:  $\infty$



## Physiologie

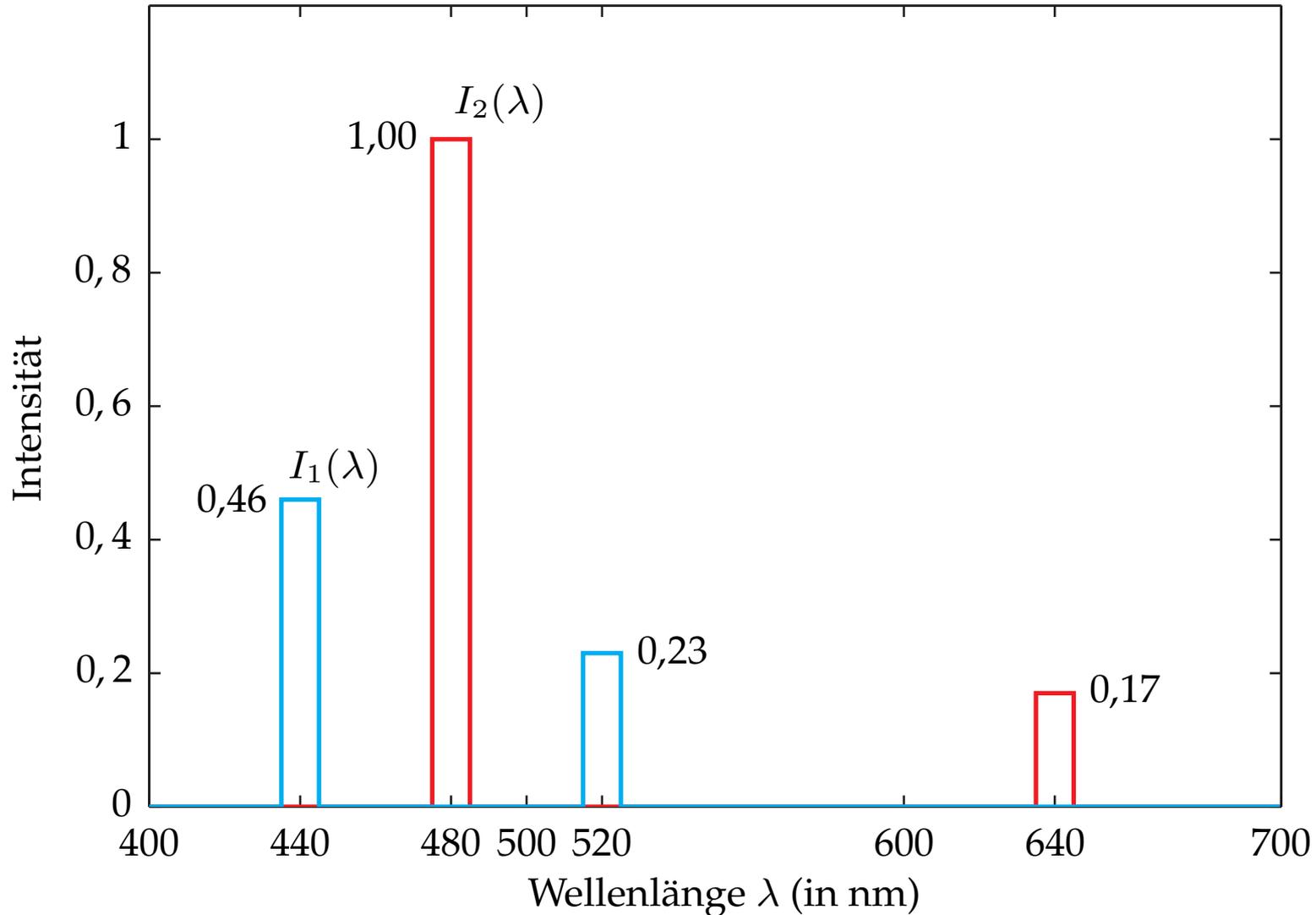
- Entsprechend der Anzahl der Zapfentypen lässt sich ein Farbeindruck durch 3 Kenngrößen charakterisieren: **Farbvalenz**



Farbvalenz: 
$$\begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix}$$

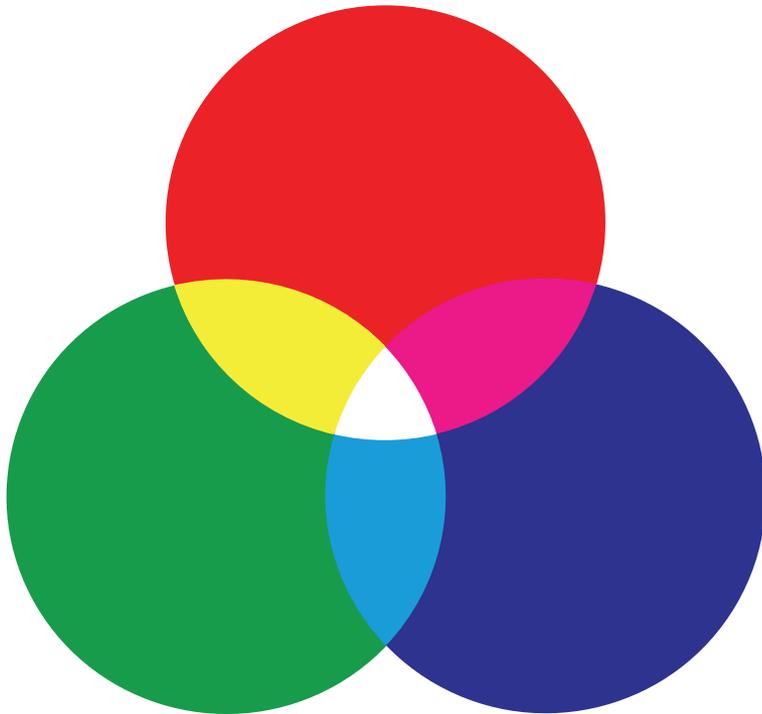
- **Informationsverlust**: Spektrum nicht aus Farbvalenz rekonstruierbar
- Verschiedene Spektren können die gleiche Farbempfindung auslösen und der gleichen Farbvalenz zugeordnet werden
- Zwei verschiedene Farbreize oder Spektren mit identischer Farbvalenz heißen **metamer** oder **bedingt gleich**
- Farbvalenz  $\triangleq$  Menge aller gleich aussehenden Farbreize

## Beispiel 5.2: Metamere Farbreize

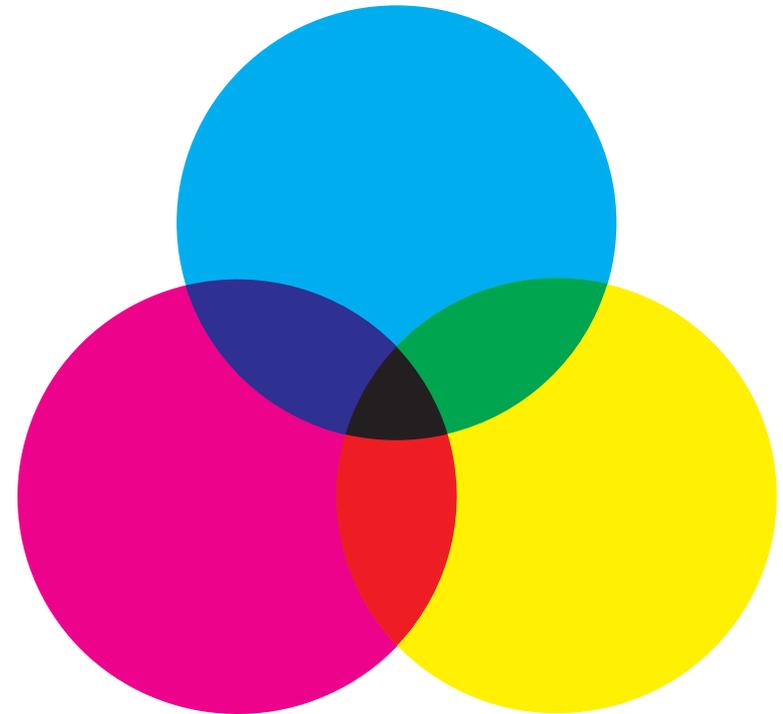


### Grundlegende Arten der Farbmischung

- **Additive Farbmischung:** Licht verschiedener Farben wird inkohärent überlagert → Addition der Intensitätsspektren:  $I(\lambda) = I_1(\lambda) + I_2(\lambda)$
- **Subtraktive Farbmischung:** tritt bei der Mischung von Farbmitteln auf



Additive Farbmischung



Subtraktive Farbmischung

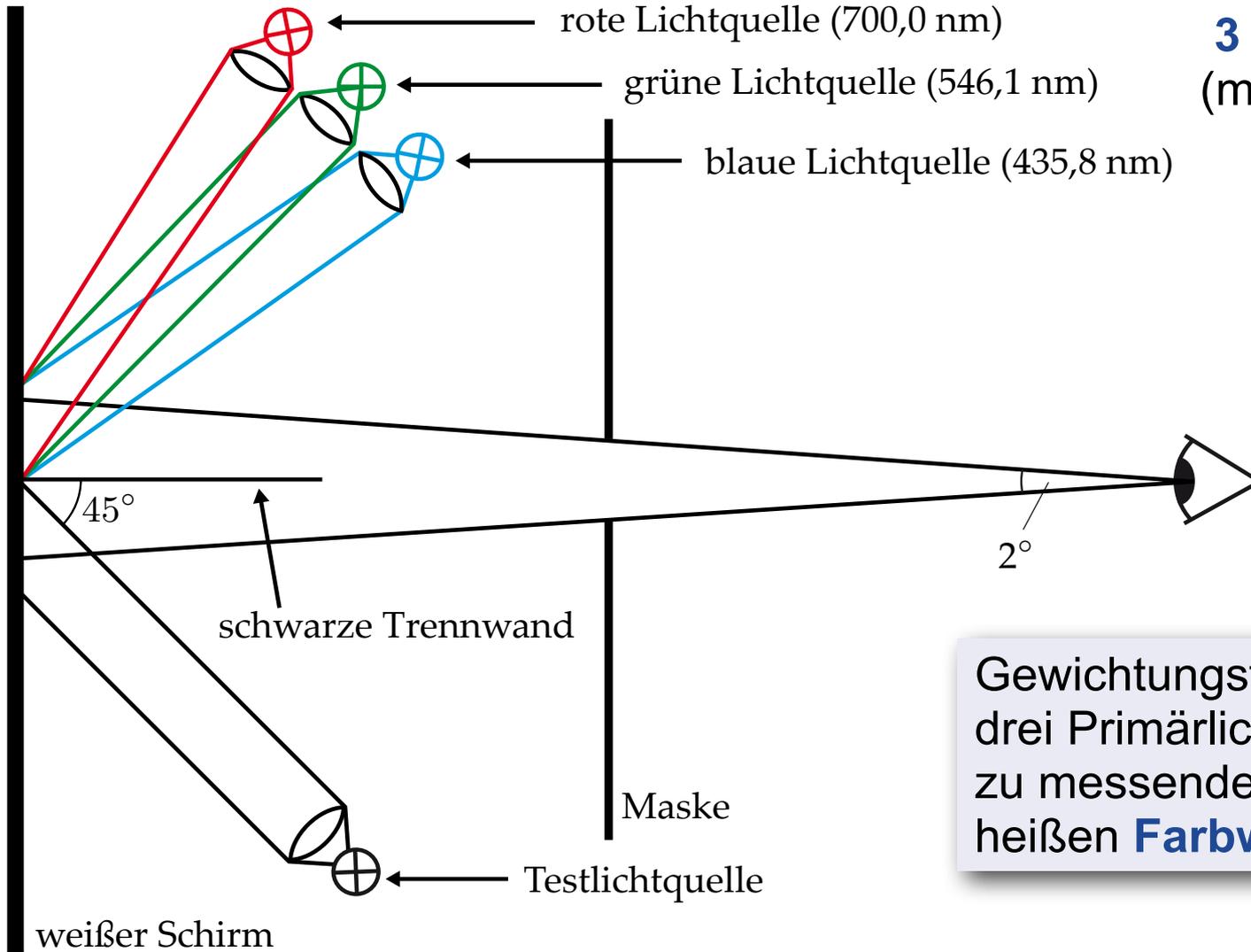
### Additive Farbmischung

- Resultierendes Spektrum  $I(\lambda)$  löst durch Wahrnehmung Farbvalenz aus
- Zusammenhang zwischen Farbvalenzen der Lichtanteile und resultierender Farbvalenz durch **Graßmann'schen Gesetze** (1853) beschrieben:
  1. Jeder Farbeindruck kann durch eine **Mischung aus drei „Grundfarben“** vollständig beschrieben werden.
  2. In einer additiven Mischung kann jede Farbe durch eine **metamere** (gleich aussehende) Farbe ersetzt werden.
  3. Alle Farbmischungen verhalten sich **stetig**. Intensitätsspektren überlagern sich linear (Superpositionsprinzip).
- Es existieren beliebig viele Mischkomponenten-Basen, aus denen sich eine gegebene Farbe mischen lässt.
- Die Grundfarben eines Basissystems müssen linear unabhängig sein.
- Für die additive Farbmischung werden häufig Rot, Grün und Blau als Grundfarben verwendet. Anwendungen: additive Farbmischung in Monitoren und Projektoren.

### Farbmetrik – Messung einer Farbvalenz

- Zwei Farbreize  $I_1(\lambda)$  und  $I_2(\lambda)$  haben genau dann die **gleiche Farbvalenz**, wenn sie bei einem Farbvergleich **ununterscheidbar** sind
- Messung einer Farbvalenz erfolgt durch Vergleich mit einer Mischung von drei sogenannten **Primärvalenzen**, die eindeutig durch bestimmte Spektren (Farbreize) definiert sind
- Farbvalenz ist somit über eine **psychophysische Messmethode** definiert, die ihre **quantitative** Bestimmung erlaubt
- Farbvalenz ist insofern eine **objektive Größe**, als sie unabhängig ist von der Farbempfindung, die der zugehörige Farbreiz auslöst
  
- Vorgehensweise zur Messung der Farbvalenz einer Lichtquelle wurde 1931 von der CIE (*Commission Internationale de l'Éclairage* – Internationale Beleuchtungskommission) standardisiert

## 5.2.3 Die CIE-Farbräume

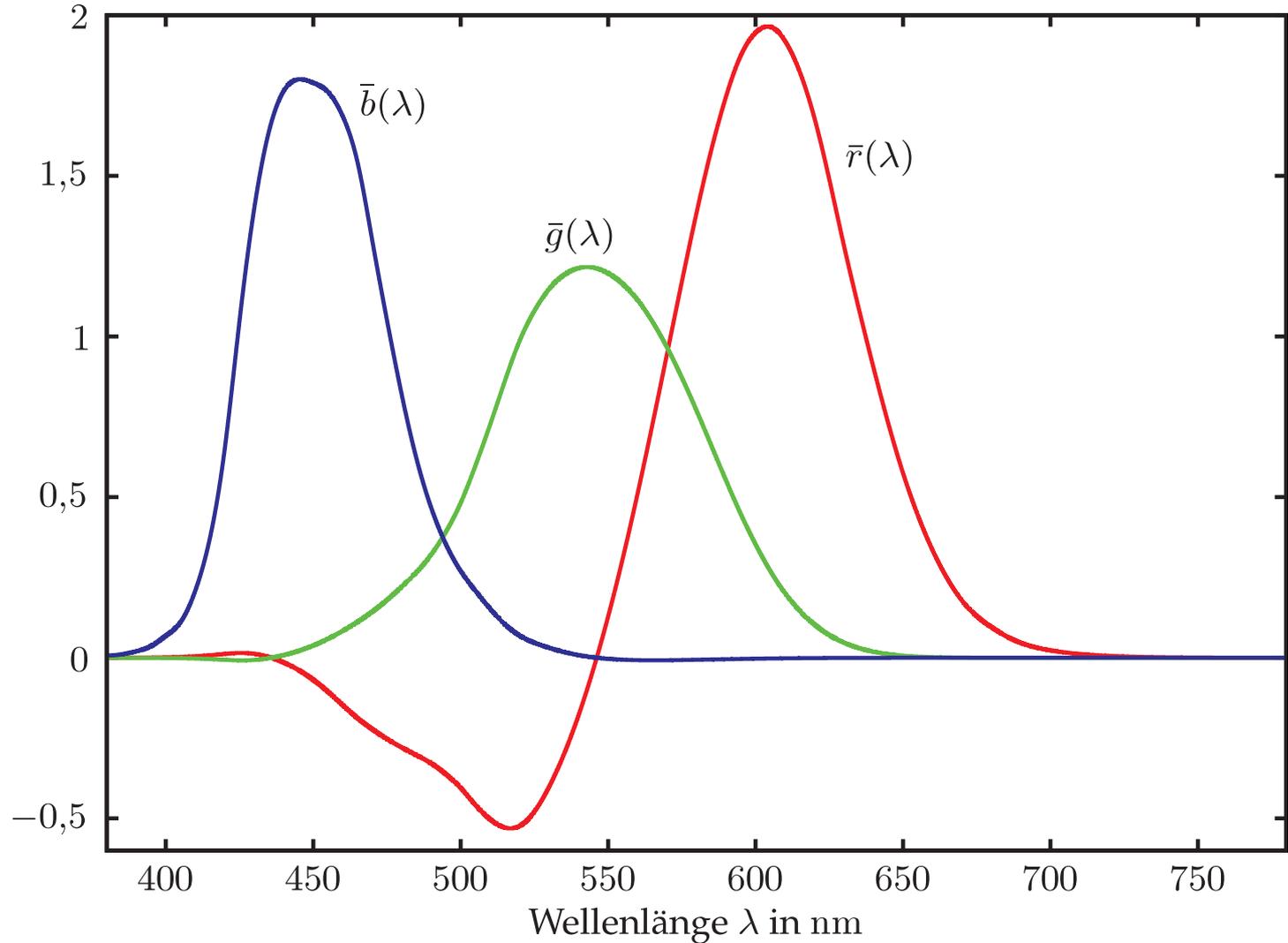


**3 Primärvalenzen**  
(monochromatische  
Lichtquellen)

Gewichtungsfaktoren der drei Primärlichtquellen der zu messenden Lichtquelle heißen **Farbwerte**

Empirische Ermittlung der Farbwerte bzgl. der CIE-Primärvalenzen

## 5.2.3 Die CIE-Farbräume



Farbwerte der monochromatischen Spektralfarben bzgl. der Primärvalenzen

- **Farbwerte eines beliebigen Spektrums**  $I(\lambda)$  können daraus durch Multiplikation mit diesen Funktionen und anschließende Integration berechnet werden:

$$R_{\text{CIE}} = \int_{380 \text{ nm}}^{780 \text{ nm}} I(\lambda) \bar{r}(\lambda) d\lambda \quad G_{\text{CIE}} = \int_{380 \text{ nm}}^{780 \text{ nm}} I(\lambda) \bar{g}(\lambda) d\lambda \quad B_{\text{CIE}} = \int_{380 \text{ nm}}^{780 \text{ nm}} I(\lambda) \bar{b}(\lambda) d\lambda$$

- **Normierung** der drei Funktionen wird so gewählt, dass ein weißer Farbreiz  $I(\lambda) = 1$  drei identische Farbwerte  $R_{\text{CIE}} = G_{\text{CIE}} = B_{\text{CIE}}$  zur Folge hat und die Fläche unter den Kurven der Fläche unter der Hellempfindlichkeitsfunktion entspricht:

$$\int_{380 \text{ nm}}^{780 \text{ nm}} \bar{r}(\lambda) d\lambda = \int_{380 \text{ nm}}^{780 \text{ nm}} \bar{g}(\lambda) d\lambda = \int_{380 \text{ nm}}^{780 \text{ nm}} \bar{b}(\lambda) d\lambda = \int_{380 \text{ nm}}^{780 \text{ nm}} V(\lambda) d\lambda$$

- Aufgrund dieser Normierung entsprechen die Gewichtungen nicht der Strahlungsintensität der drei Primärlichtquellen

### Problem

- Aus den CIE-Primärlichtquellen lassen sich **nicht alle Farben** mischen
- Ist es erforderlich, das Licht einer Primärlichtquelle mit der zu untersuchenden Lichtquelle zu mischen, um eine farbliche Übereinstimmung zu erreichen, wird der Primärlichtquelle ein negativer Farbwert zugeordnet

### CIE-Normfarbraum $(X, Y, Z)^T$

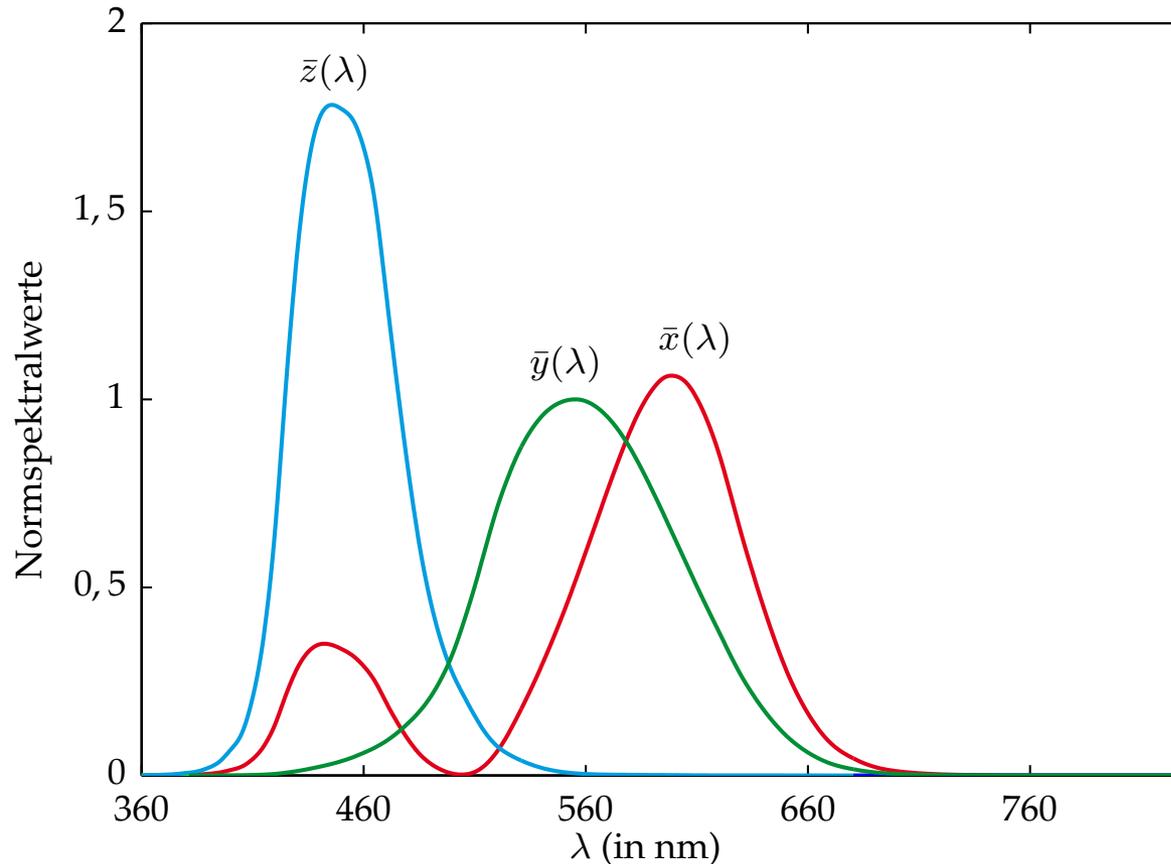
- Transformierter Farbraum, in dem die Normfarbwerte  $X, Y, Z$  aller realen Farbreize nichtnegativ sind:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \mathbf{A} \begin{pmatrix} R_{\text{CIE}} \\ G_{\text{CIE}} \\ B_{\text{CIE}} \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0,49 & 0,31 & 0,20 \\ 0,17697 & 0,81240 & 0,01063 \\ 0,00 & 0,01 & 0,99 \end{pmatrix}$$

- Transformation wird so gewählt, dass der Normfarbwert  $Y$  mit der photopischen Hellempfindlichkeitsfunktion übereinstimmt – damit erübrigt sich die zusätzliche Berechnung der Helligkeit eines Farbreizes

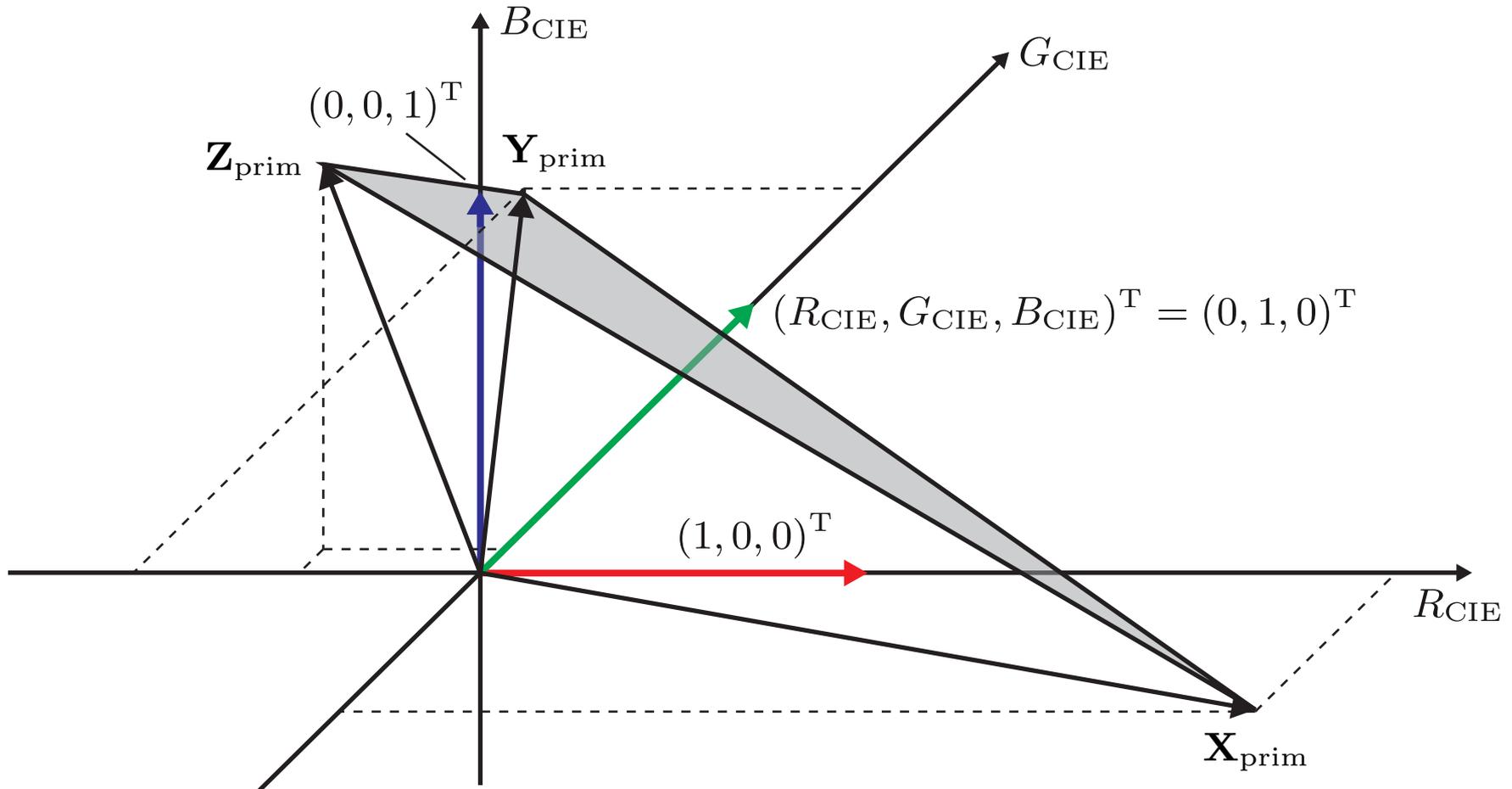
- Transformationsgleichung gilt auch für die Spektralwertfunktionen:

$$\begin{pmatrix} \bar{x}(\lambda) \\ \bar{y}(\lambda) \\ \bar{z}(\lambda) \end{pmatrix} = \mathbf{A} \begin{pmatrix} \bar{r}(\lambda) \\ \bar{g}(\lambda) \\ \bar{b}(\lambda) \end{pmatrix}$$



## 5.2.3 Die CIE-Farbräume

- Basisvektoren des CIE-XYZ-Farbraums heißen **virtuelle Primärvalenzen**
- Ihre Koordinaten bezüglich der CIE-Primärlichtquellen sind gegeben durch die Spalten der inversen Transformationsmatrix  $\mathbf{A}^{-1}$



### Normfarbwertanteile

- Zur Helligkeitsunabhängigen Charakterisierung einer Farbe genügt ein 2D-Raum. Hierzu werden die **Normfarbwertanteile**  $x, y, z$  eingeführt:

$$x = \frac{X}{X + Y + Z}, \quad y = \frac{Y}{X + Y + Z}, \quad z = \frac{Z}{X + Y + Z}$$

- Wegen  $x + y + z = 1$  ist ein Wert redundant, so dass auf die Angabe von  $z$  verzichtet wird:
  - Normfarbwertanteile  $x, y$  charakterisieren die Farbe unabhängig von ihrer Helligkeit → **Chromatizitätskoordinaten**
  - Zusammen mit der **Helligkeits-** oder **Luminanzkoordinate**  $Y$  beschreiben sie eine Farbvalenz eindeutig
- Rücktransformation des Tripels  $(x, y, Y)$  in den CIE-Normfarbraum:

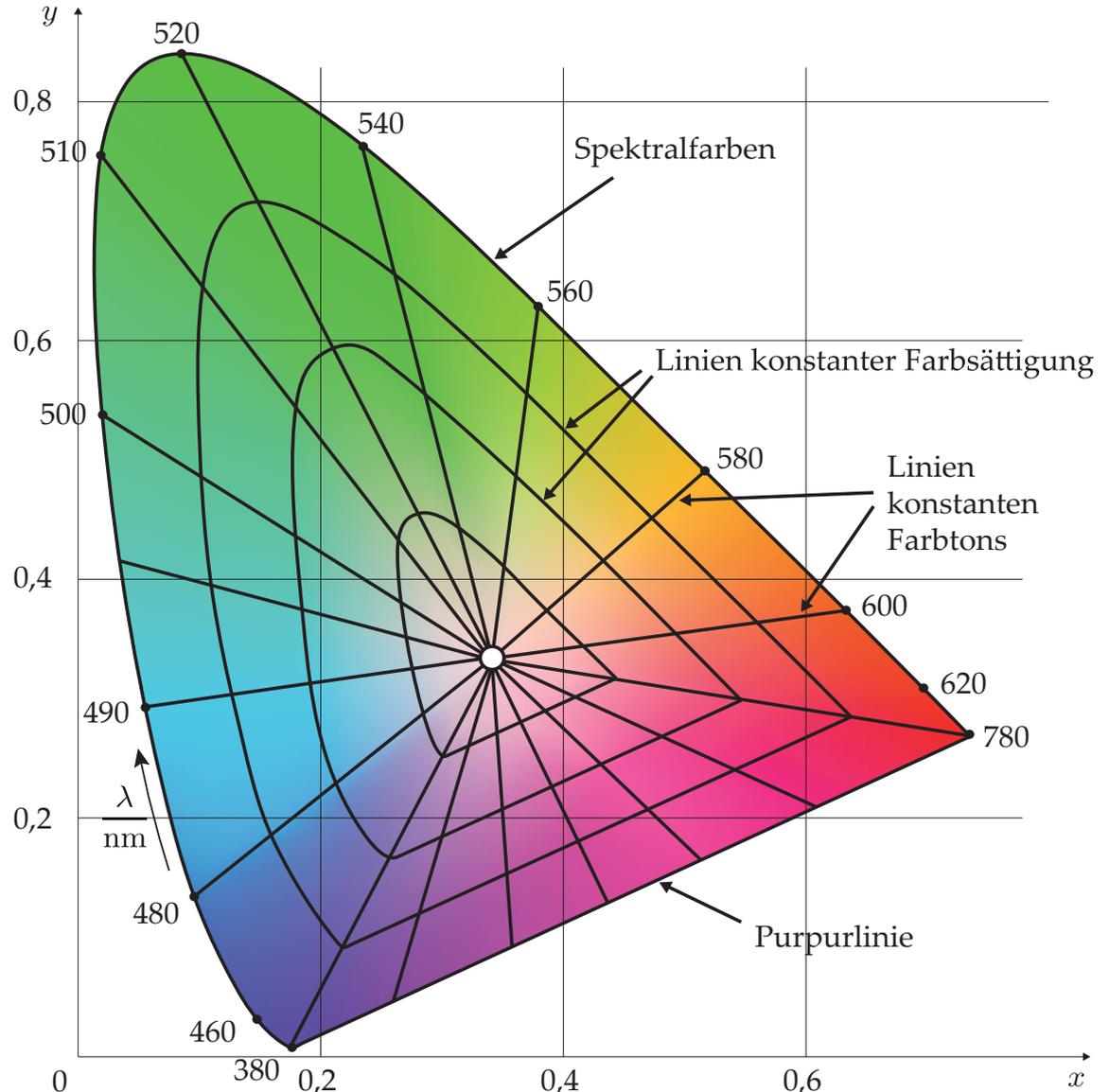
$$X = \frac{x}{y} Y, \quad Y = Y, \quad Z = \frac{z}{y} Y = \frac{1 - x - y}{y} Y$$

## CIE-Normfarbtafel

- Darstellung der Farben in der  $x,y$ -Ebene
- Helligkeitsunabhängige Farbbeschreibung
- Zulässige Koordinaten liegen innerhalb eines Dreiecks:

$$x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 1$$

- Weißpunkt:  $x = y = 1/3$ ; Sättigung nimmt von dort aus radial zu
- Schnittpunkt mit Spektralfarbenkurve: dominante Wellenlänge (außer bei Purpurlinie)



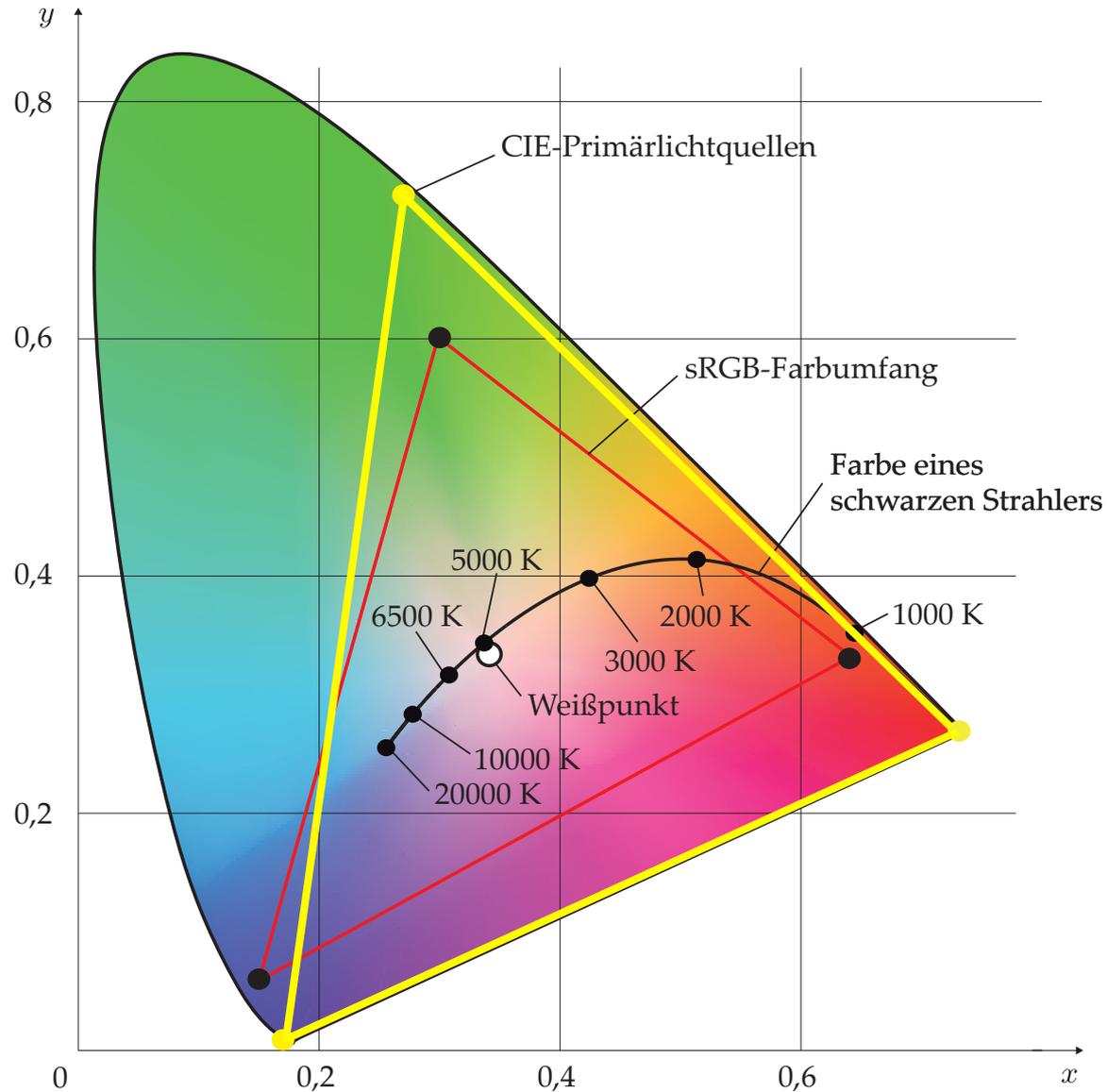
## 5.2.3 Die CIE-Farbräume

- Virtuelle Primärvalenzen  $\mathbf{X}_{\text{prim}}$ ,  $\mathbf{Y}_{\text{prim}}$ ,  $\mathbf{Z}_{\text{prim}}$  haben in der  $x, y$ -Normfarbtafel die Koordinaten  $(1, 0)^T$ ,  $(0, 1)^T$  bzw.  $(0, 0)^T$
- Sie entsprechen **keinen realen Farbreizen**, jedoch können aus diesen alle realen Farben gemischt werden, da sie innerhalb des zugehörigen Dreiecks liegen
- Dies macht deutlich, dass es grundsätzlich nicht möglich ist, alle Farben durch Mischen von drei **realen** Grundfarben zu erhalten

### Einschränkungen der CIE-Normfarbtafel

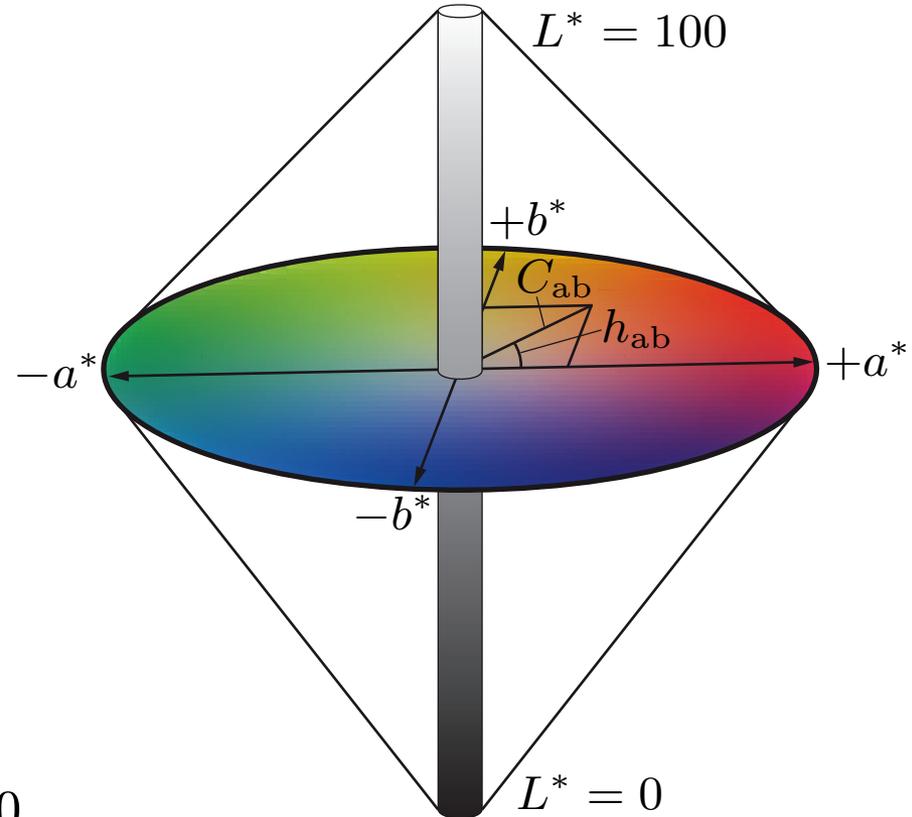
- Normfarbwerte  $x, y$  entsprechen keinen anschaulich interpretierbaren Koordinatenachsen wie z. B. Farbton und Sättigung
- Abstand zweier Punkte charakterisiert nicht den Abstand der Farben: grüner Bereich wird feiner aufgelöst, blauer Bereich dagegen sehr grob
- Abstand zweier gerade noch unterscheidbarer Farben wird durch Ellipsen dargestellt. Sie sind im Bereich der grünen Farbtöne deutlich größer als bei den Rot-, Violett- und insbesondere Blautönen. Außerdem sind sie relativ stark exzentrisch.

## 5.2.3 Die CIE-Farbräume



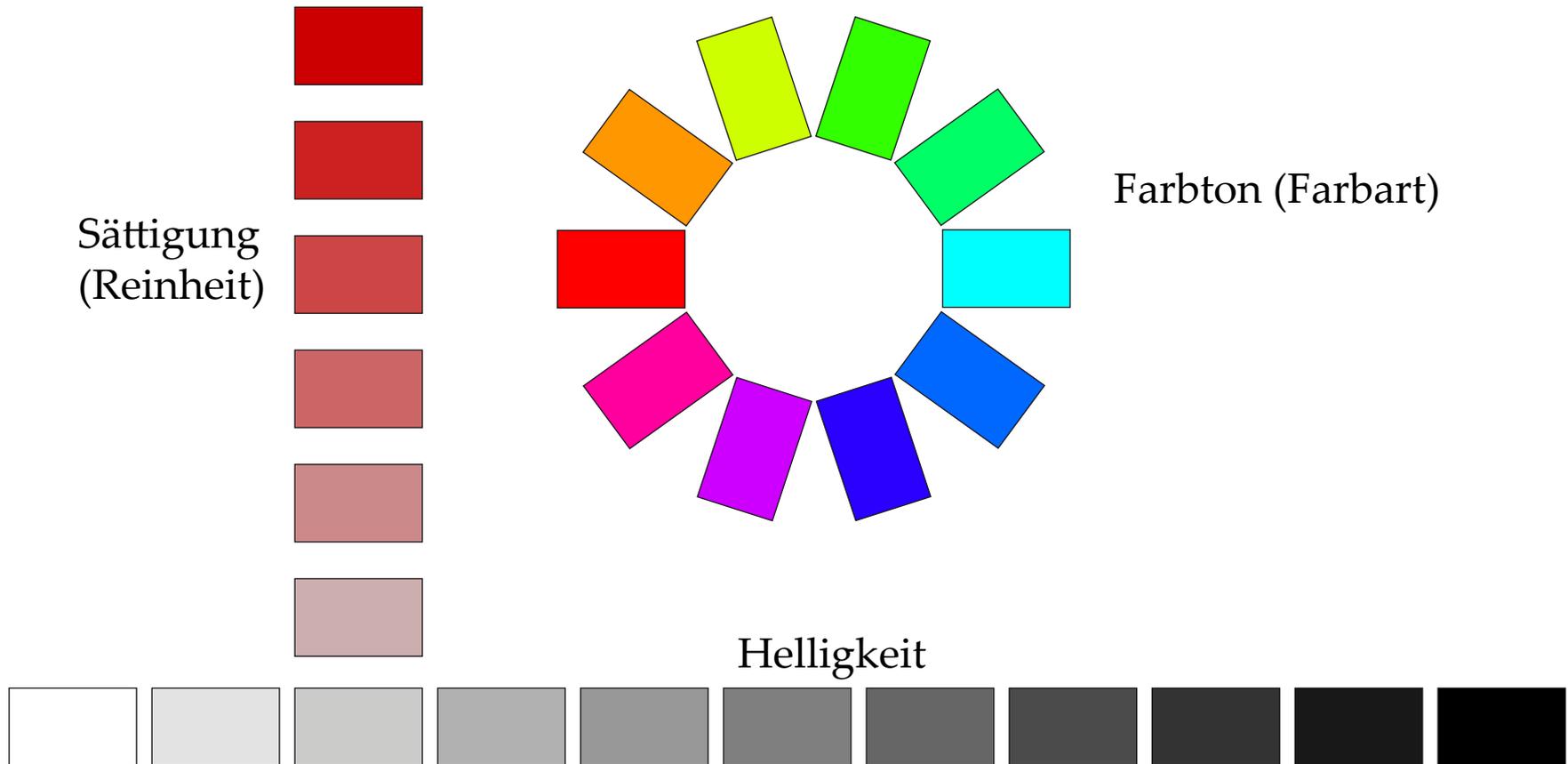
### CIELAB-Farbraum

- Beruht auf der Gegenfarbentheorie
- **Helligkeit**  $L^*$ : dritte Wurzel des Normfarbwerts  $Y$  (Transformation, damit Differenzen in  $L^*$  näherungsweise gleich visuell wahrgenommen werden)
- **Gegenfarbenkoordinaten**  $a^*$ ,  $b^*$  so definiert, dass sich näherungsweise ein gleichabständiger Farbraum ergibt
  - $a^*$ : Rot-Grün-Wert
  - $b^*$ : Gelb-Blau-Wert
- Weißpunkt bei  $L^* = 100$ ,  $a^* = b^* = 0$
- Alle Punkte auf der Linie  $a^* = b^* = 0$  entsprechen unbunten Farbreizen; perfektes Schwarz liegt bei  $L^* = 0$

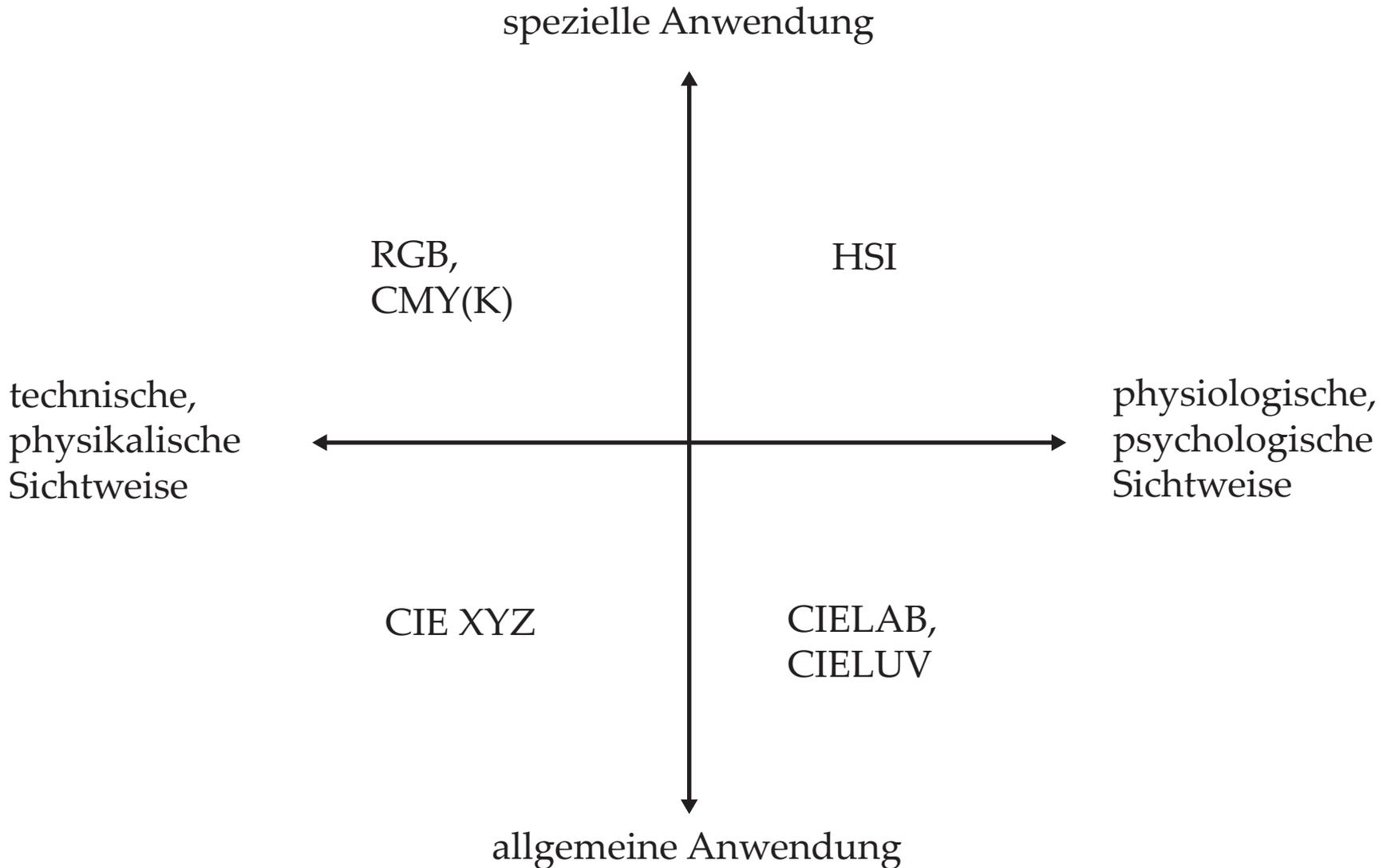


## 5.2.5 Farbordnungssysteme

- In **Farbordnungssystemen** werden Farben anhand festgelegter Kriterien angeordnet (z. B. der Achsen Farbton, Sättigung und Helligkeit)
- Farbordnungssysteme erlauben die Festlegung von Farbtoleranzen

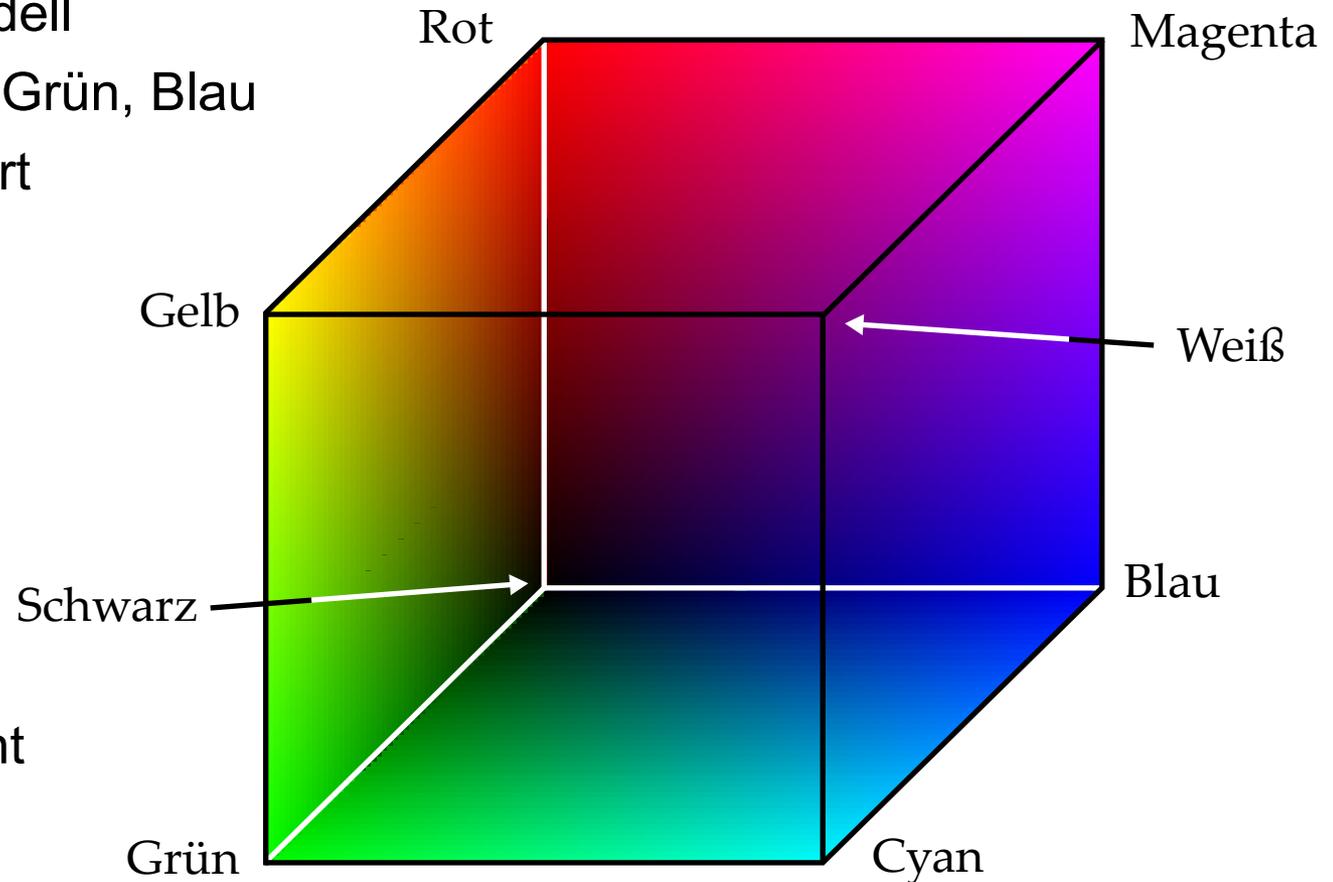


## 5.2.6 Weitere Farbräume



### RGB-Farbraum

- Additives Farbmodell
- Grundfarben Rot, Grün, Blau
- Nicht standardisiert (Grundfarben geräteabhängig)
- Anwendung:
  - Monitore
  - Projektoren
  - Kameras
- Farbumfang (**Gamut**) entspricht Dreieck in der Normfarbtafel
- **sRGB-Farbraum** geräteunabhängig

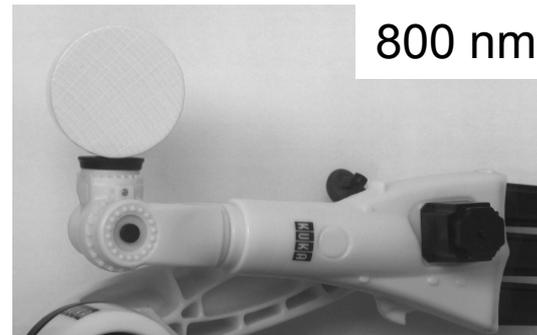
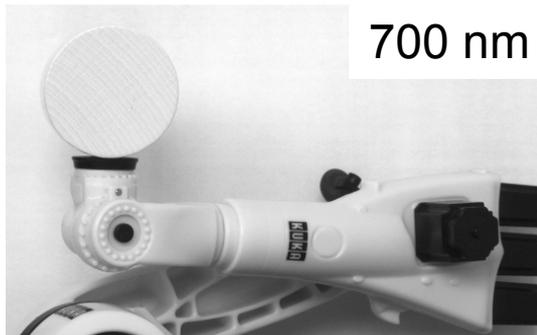
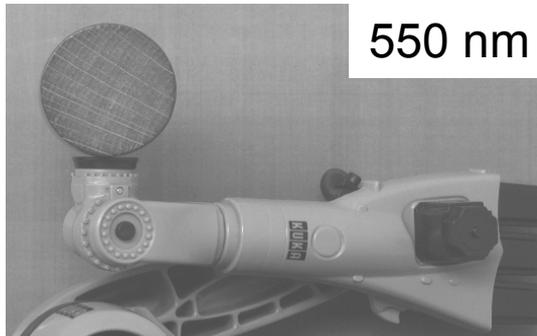
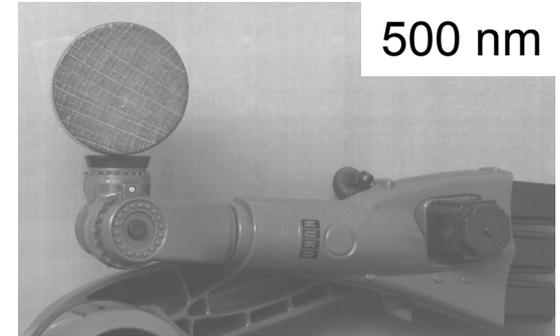
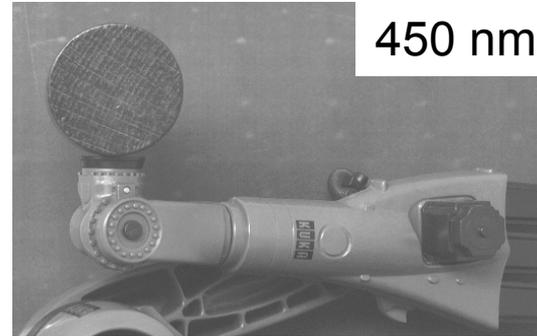
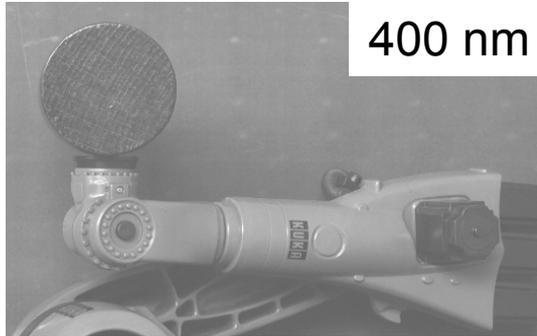


### Beispiel 5.5: Spektralfilter



RGB-Kamerabild einer Szene mit einem Modell-Roboter und einem Holzklötzchen

# 5.3 Filter



Grauwertkameraaufnahmen mit Spektralfiltern (Durchlassbreite 50 nm) ■