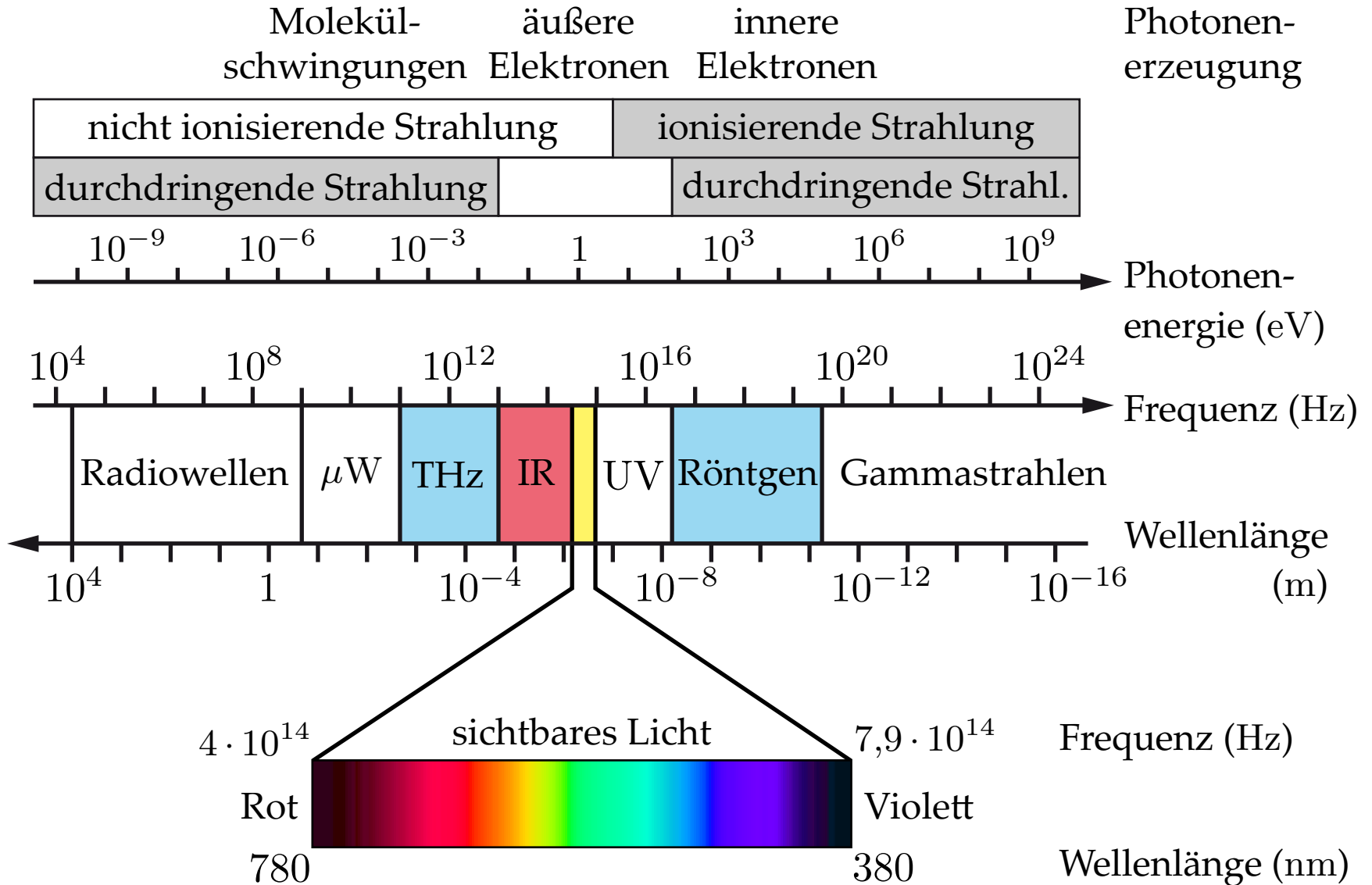


5. Farbe

5.1 Photometrie



Gegenüberstellung radiometrischer und photometrischer Größen

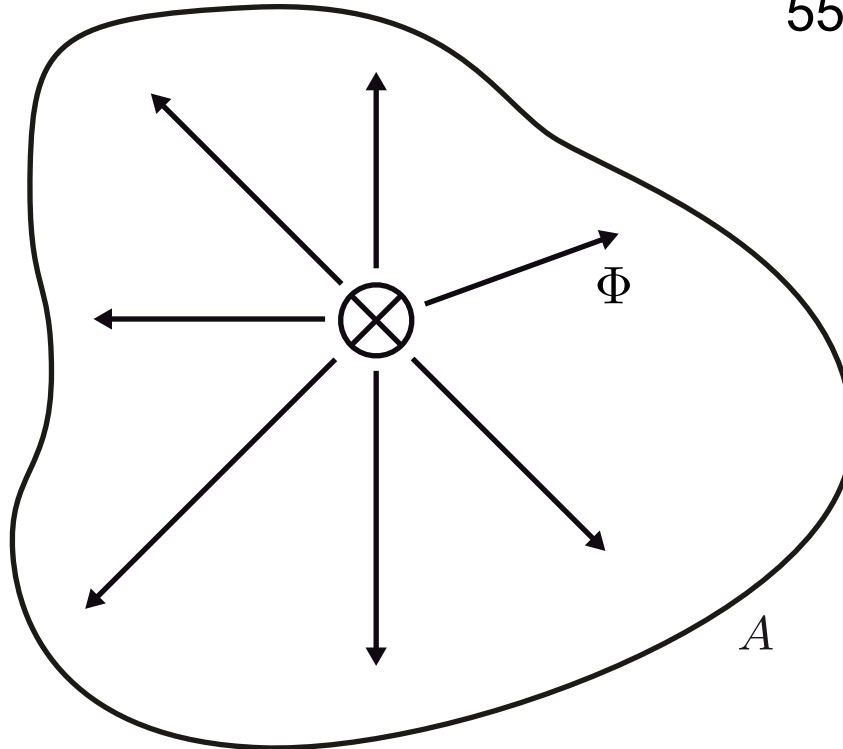
	radiometrische Größe	Symbol Einheit	Formel	Symbol Einheit	photometrische Größe
strahlungs- feld- bezogen	Strahlungsfluss <i>radiant flux</i>	Φ W	$\int \Phi dt$	Φ_1 lm	Lichtstrom <i>luminous flux</i>
	Strahlungsenergie <i>radiant energy</i>	Q J		Q_1 lm s	Lichtmenge <i>luminous energy</i>
sender- bezogen	Strahlstärke <i>radiant intensity</i>	I W/sr	$\frac{d\Phi}{d\Omega}$	I_1 cd	Lichtstärke <i>luminous intensity</i>
	Strahldichte <i>radiance</i>	L $\frac{W}{m^2 sr}$	$\frac{dI}{dA \cos \theta}$	L_1 cd/m ²	Leuchtdichte <i>luminance</i>
empfänger- bezogen	Bestrahlungsstärke <i>irradiance</i>	E W/m ²	$\frac{d\Phi}{dA}$	E_1 lx	Beleuchtungs- stärke <i>illuminance</i>
	Bestrahlung <i>radiant exposure</i>	H J/m ²	$\int E dt$	H_1 lx s	Belichtung <i>luminous exposure</i>
physikalisch				physiologisch	

Strahlungsfluss Φ

- Gesamte Leistung der von einer Quelle emittierten elektromagnetischen Strahlung

Lichtstrom Φ_1

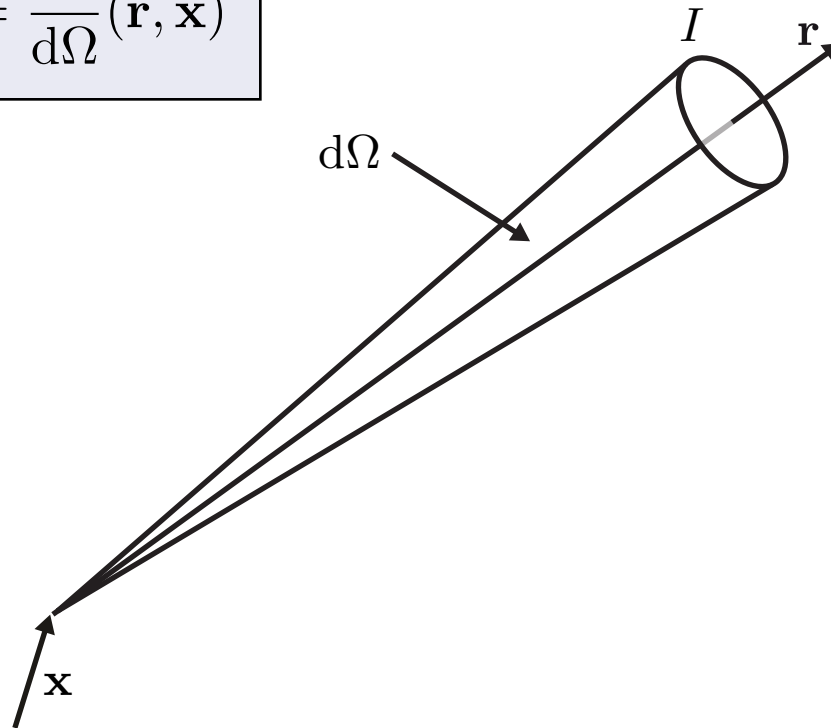
- „Helligkeitswirksame“ Strahlungsleistung
- 683 lm entsprechen einer Strahlungsleistung von 1 W bei 555 nm



Strahlstärke I

- Raumwinkeldichte der am Ort \mathbf{x} in Richtung \mathbf{r} ausgestrahlten Leistung

$$I(\mathbf{r}, \mathbf{x}) = \frac{d\Phi}{d\Omega}(\mathbf{r}, \mathbf{x})$$



Lichtstärke I_1

- Raumwinkeldichte des am Ort \mathbf{x} in Richtung \mathbf{r} ausgestrahlten Lichtstroms

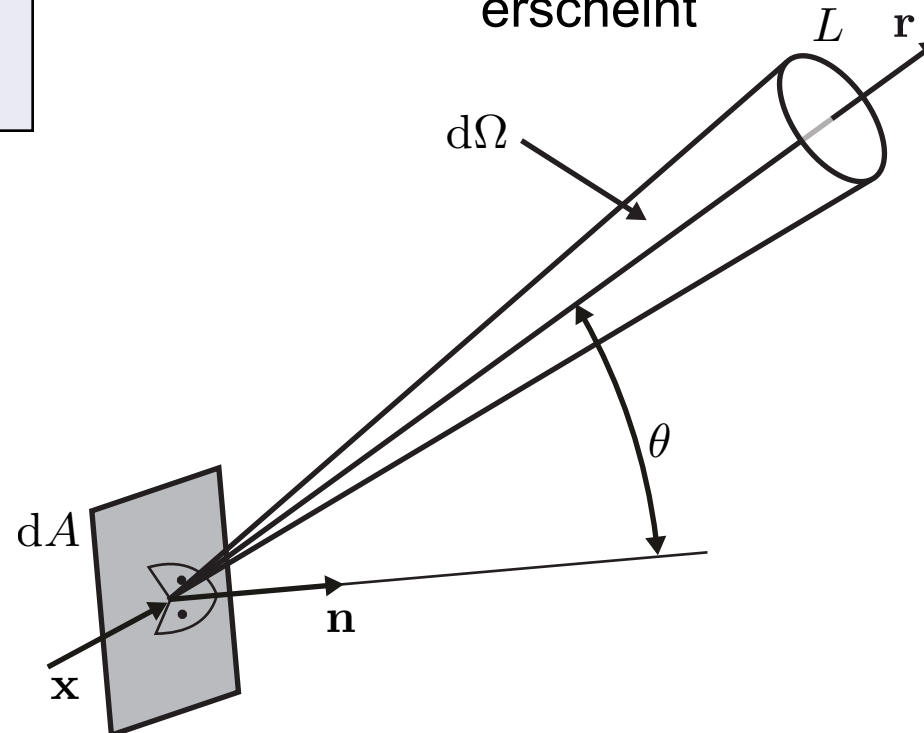
Strahldichte L

- In Ausstrahlungsrichtung \mathbf{r} projizierte Flächendichte der vom Flächenelement dA ausgehenden Strahlstärke

$$L(\mathbf{r}, \mathbf{x}) = \frac{dI}{dA \cos \theta}$$

Leuchtdichte L_1

- In Ausstrahlungsrichtung \mathbf{r} projizierte Flächendichte der vom Flächenelement dA ausgehenden Lichtstärke
- Beschreibt, wie hell eine Fläche erscheint



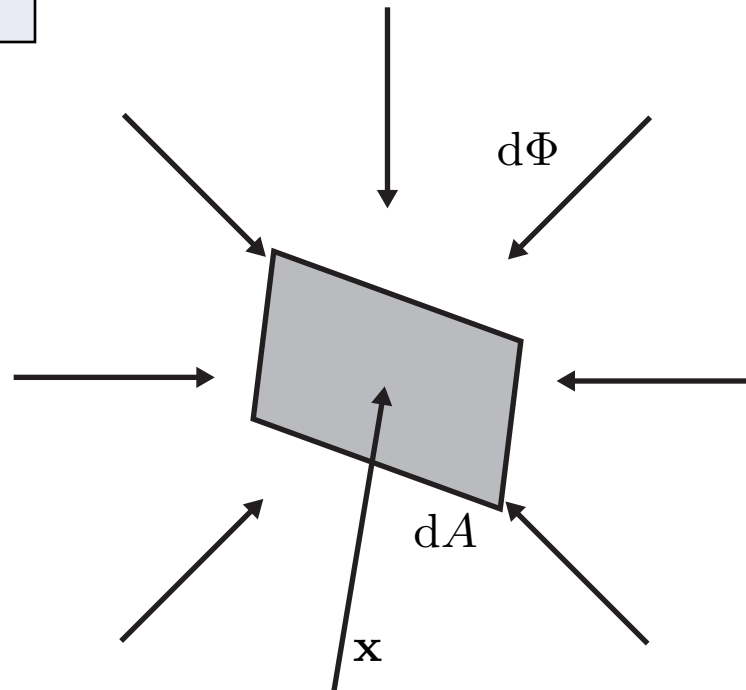
Bestrahlungsstärke E

- Flächendichte des im Punkt x eingestrahlten Strahlungsflusses

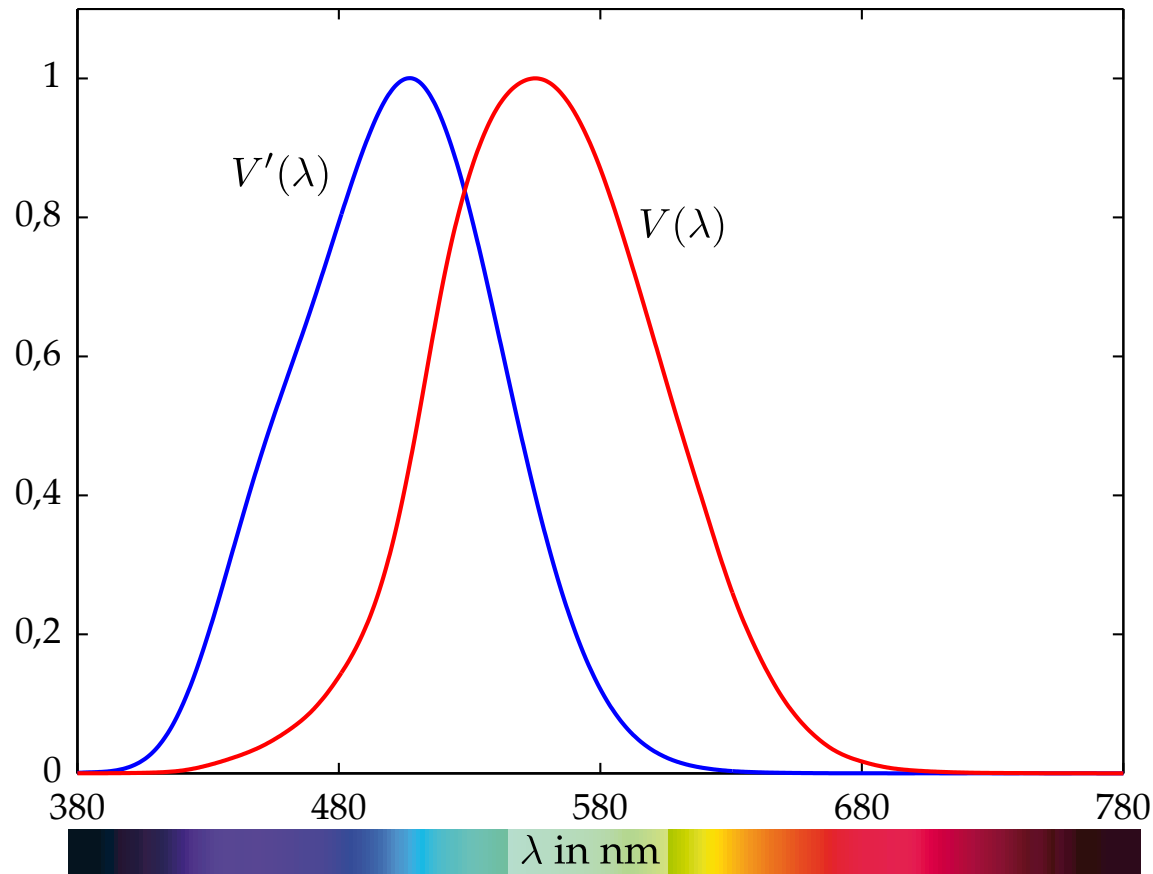
$$E(\mathbf{x}) = \frac{d\Phi}{dA}(\mathbf{x})$$

Beleuchtungsstärke E_1

- Flächendichte des im Punkt x eingestrahlten Lichtstroms



- **Photometrische Größen** beziehen sich auf das Helligkeitsempfinden des menschlichen Auges
- **Hellempfindlichkeitsfunktion** ist wellenlängenabhängig und für Tages- und Nachtsehen unterschiedlich (**photopisches** bzw. **skotopisches** Sehen)



- Zur Definition des **photometrischen Basissystems** dient die normierte (Maximalwert 1) Hellempfindlichkeitsfunktion des helladaptierten Auges
- Hellempfindlichkeit ist keine metrische Größe (**Weber-Fechner-Gesetz**)
⇒ Differenzen und Verhältnisse lassen sich nicht quantifizieren
- Aus einer **radiometrischen Größe**

$$X = \int_0^{\infty} X_{\lambda}(\beta) d\beta$$

mit der spektralen Dichte $X_{\lambda}(\lambda)$ folgt die entsprechende **photometrische (lichttechnische) Größe**:

$$X_1 = K_m \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} X_{\lambda}(\beta) V(\beta) d\beta$$

- Die Konstante K_m verknüpft das photometrische und das radiometrische Maß- und Einheitensystem. Für das photometrische Basissystem gilt:

$$K_m = 683 \frac{\text{lm}}{\text{W}}, \quad \lambda_1 = 380 \text{ nm}, \quad \lambda_2 = 780 \text{ nm}$$

Farbwahrnehmung

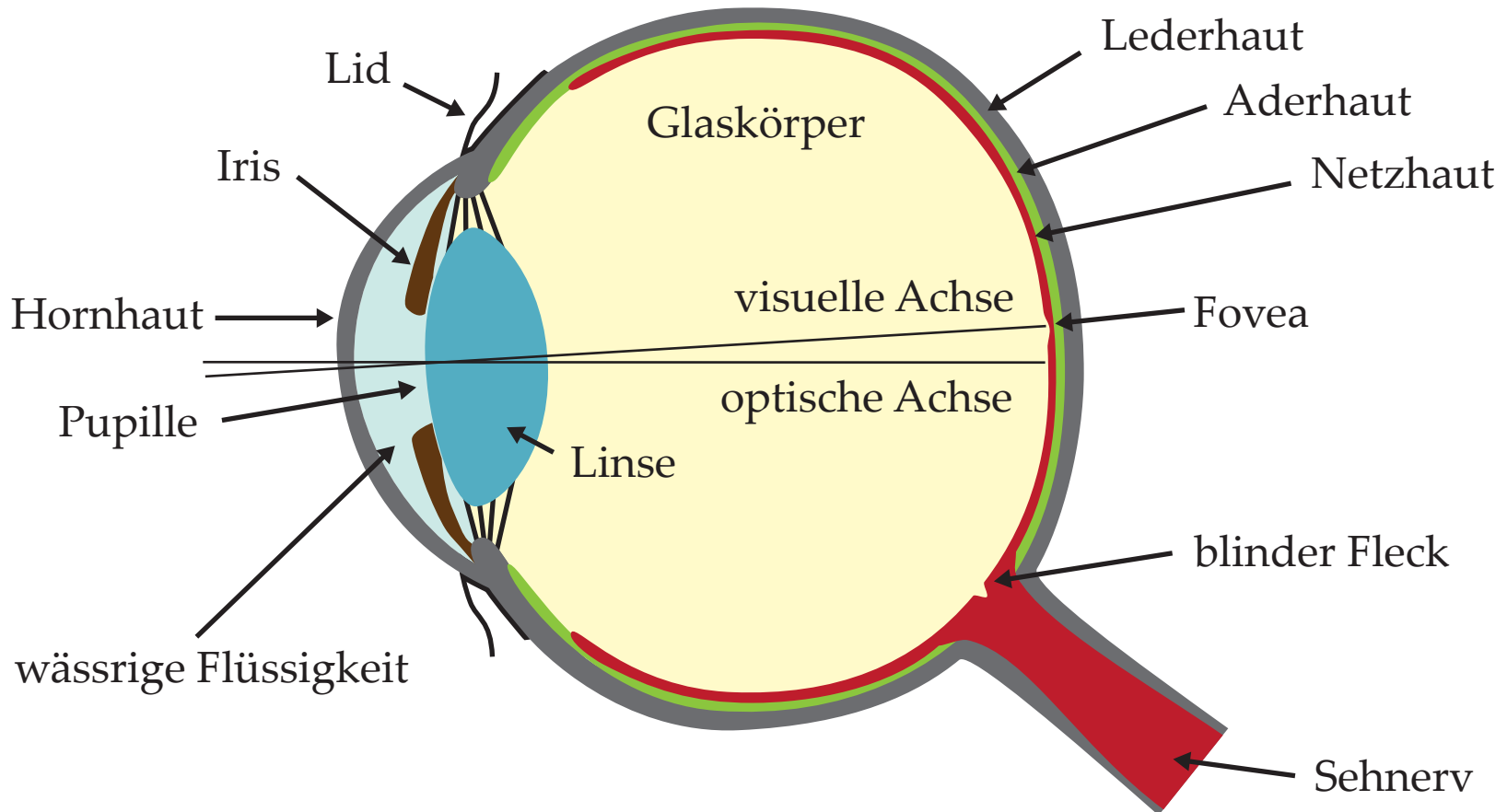
- Entsteht im Wesentlichen durch das Zusammenwirken
 - des Spektrums und der Richtung der **Beleuchtung**,
 - der spektralen Reflexions-, Streu-, Absorptions- und Transmissions-eigenschaften des beobachteten **Objekts**
 - und der biologischen Gegebenheiten des **Beobachters**
- Außerdem wird sie von weiteren Umgebungsbedingungen beeinflusst (z. B. benachbarte Farbeindrücke, vgl. Kap. 1)
- Wegen ihrer zentralen Rolle für die Definition und Messung von Farbe wird im Folgenden auf die Farbwahrnehmung des **menschlichen Auges** eingegangen

Farbräume

- Farbräume sind dreidimensional und enthalten somit weniger Information als ein kontinuierliches elektromagnetisches Spektrum
- Daher können verschiedene Spektren den gleichen Farbeindruck hervorrufen

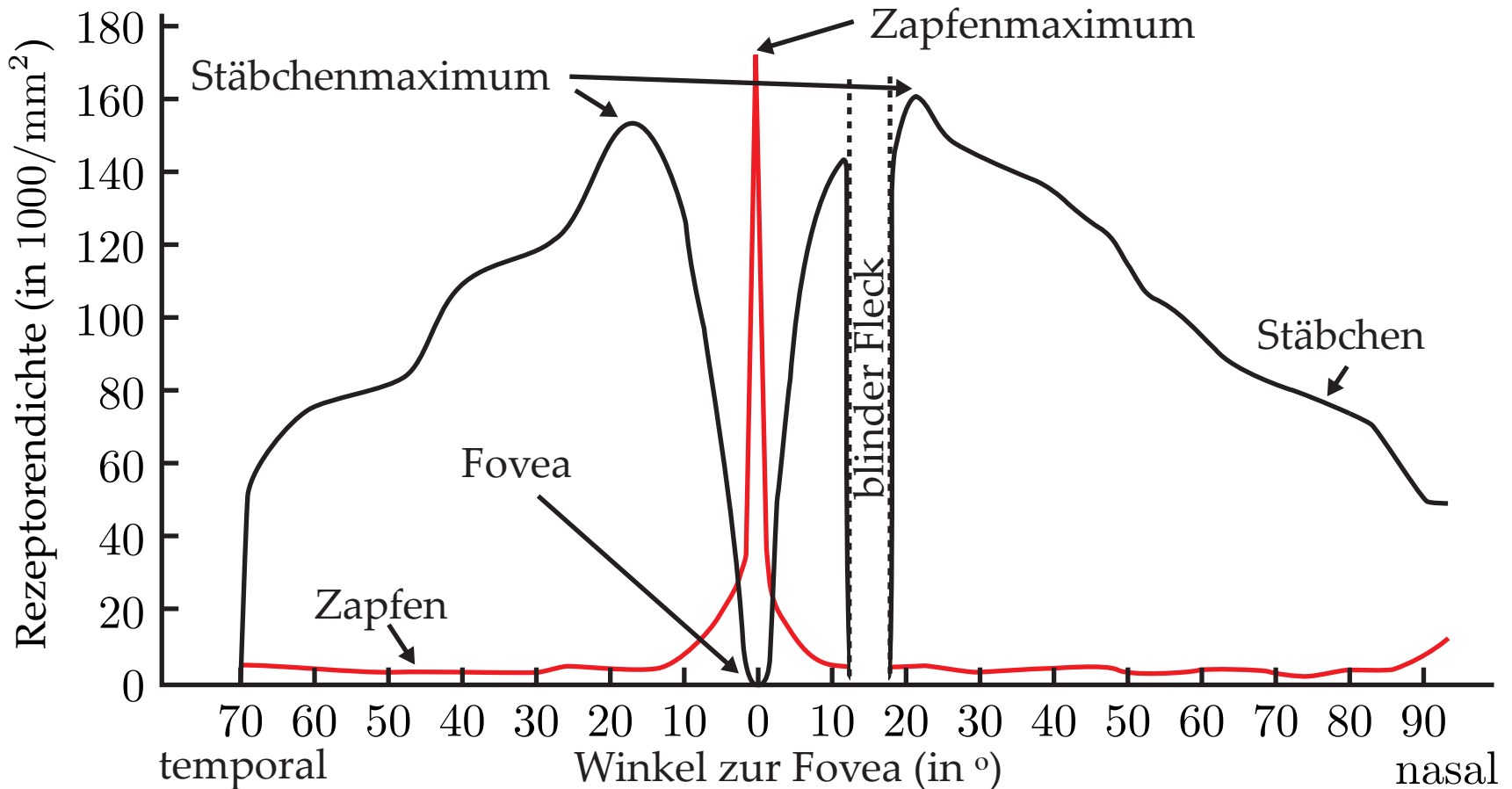
5.2.1 Farbwahrnehmung des menschlichen Auges

- Menschliches Auge ist nach dem Prinzip der Linsenkamera aufgebaut
- In der Netzhaut befinden sich fünf Arten lichtempfindlicher Rezeptoren
- Gesamtdynamik des Auges ca. 1:100.000.000 (Adaptation der Sehzellen)

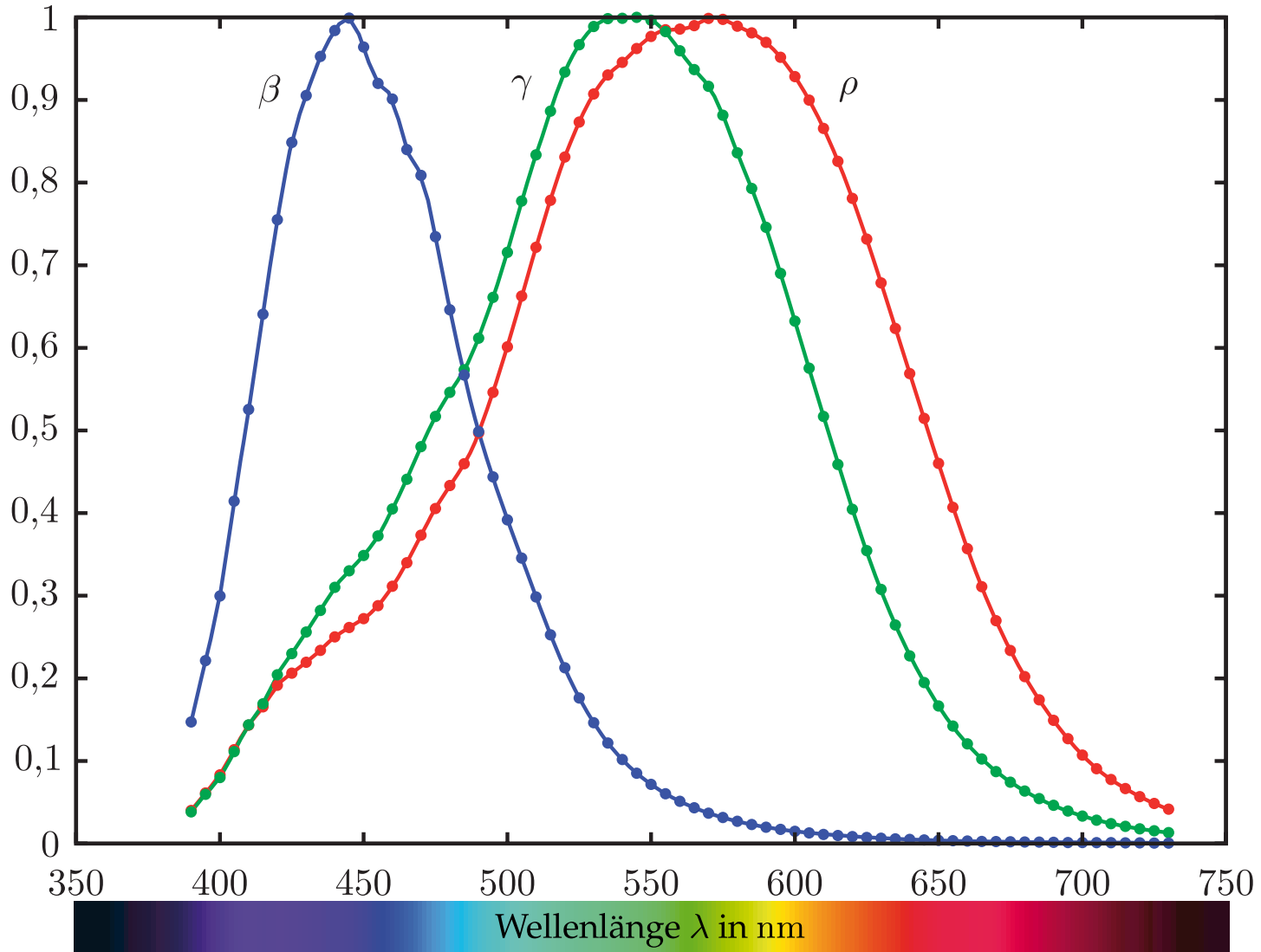


5.2.1 Farbwahrnehmung des menschlichen Auges

- Drei Arten von **Zapfen** für das photopische Sehen (Farbsehen)
- **Stäbchen** für das skotopische Sehen
- **Photorezeptoren** für die „biologische Uhr“ (Schlaf-/Wachrhythmus)



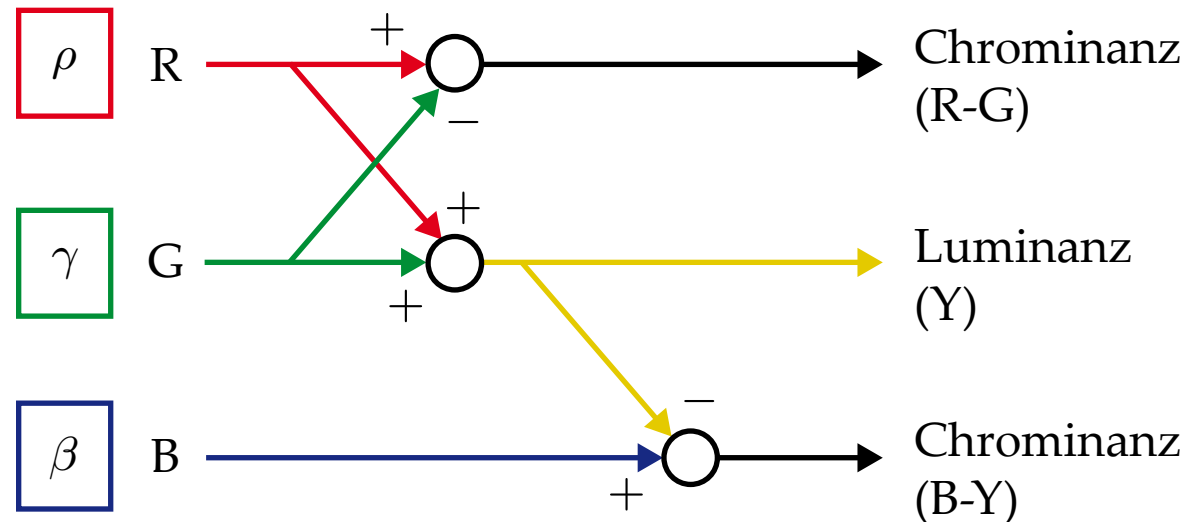
5.2.1 Farbwahrnehmung des menschlichen Auges



Normierte spektrale Empfindlichkeit der Zapfen

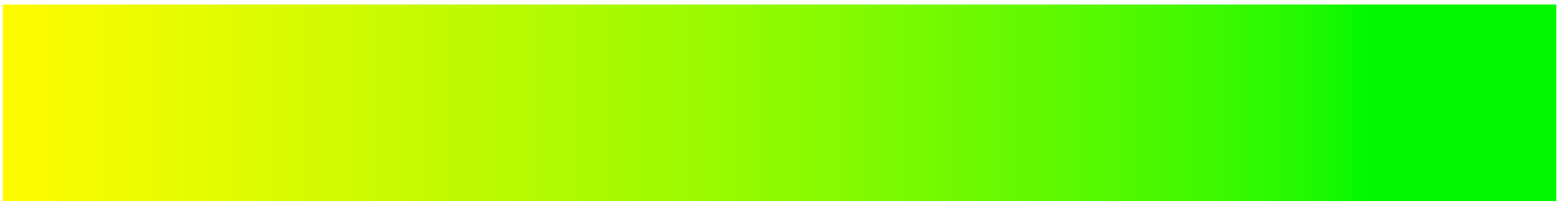
Physiologische Verarbeitung der Sinnesreize der Zapfen

- Sinnesreize der Zapfen werden zu drei Nervensignalen kombiniert
 - Intensitäten der ρ - und γ -Rezeptoren zu **Luminanzkanal** Y addiert
 - Ferner werden zwei Chrominanzkanäle gebildet: **Rot-Grün-Chrominanz** $R - G$ und **Blau-Gelb-Chrominanz** $B - Y$



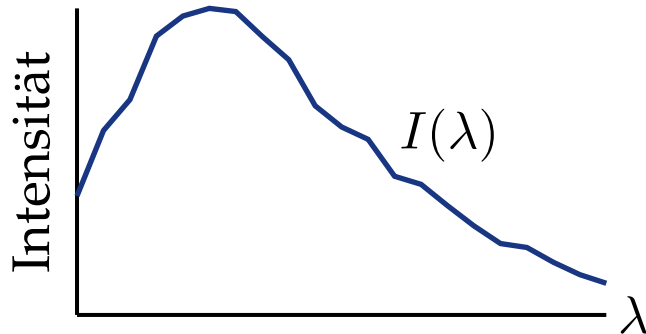
- Eine Farbe kann nicht gleichzeitig als bläulich und gelblich oder als rötlich und grünlich wahrgenommen werden; gleitende Übergänge zwischen anderen Farben (z. B. Gelb–Grün oder Blau–Rot) kommen dagegen vor

5.2.1 Farbwahrnehmung des menschlichen Auges



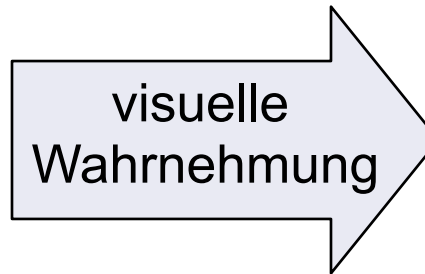
Physik

- **Farbreiz** ist durch Spektrum $I(\lambda)$ des einfallenden Lichts bestimmt
- Dimension: ∞



Physiologie

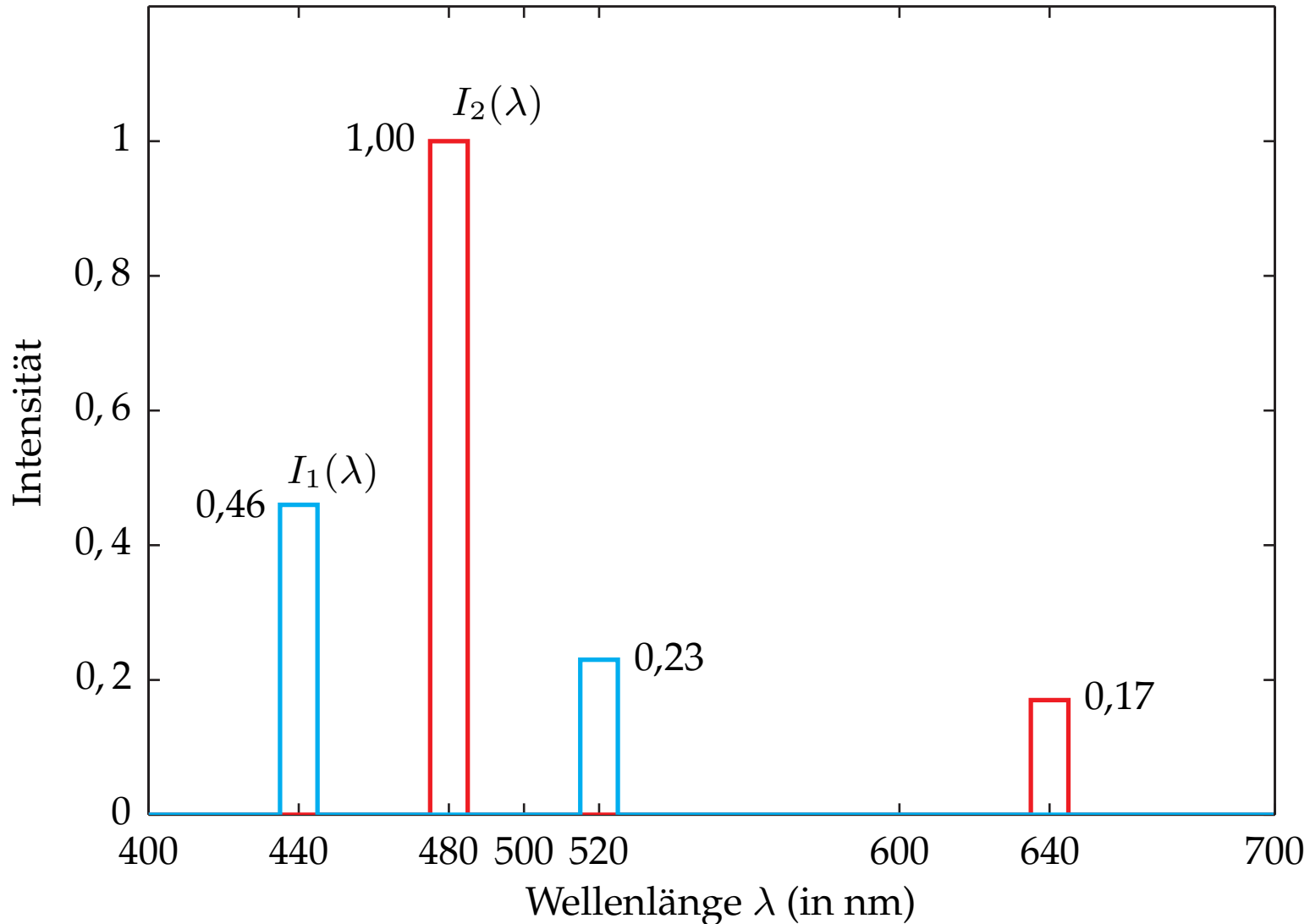
- Entsprechend der Anzahl der Zapfentypen lässt sich ein Farbeindruck durch 3 Kenngrößen charakterisieren: **Farbvalenz**



Farbvalenz:
$$\begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix}$$

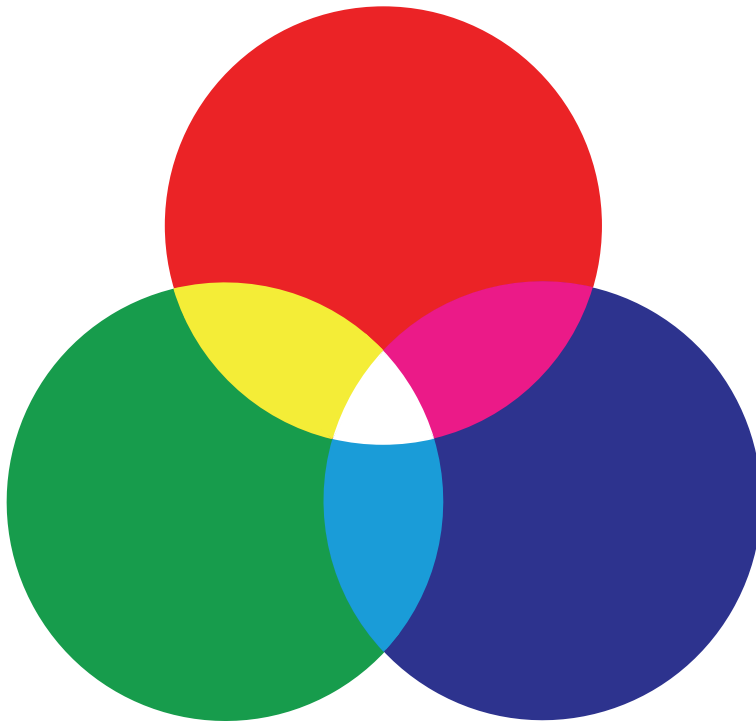
- **Informationsverlust**: Spektrum nicht aus Farbvalenz rekonstruierbar
- Verschiedene Spektren können die gleiche Farbempfindung auslösen und der gleichen Farbvalenz zugeordnet werden
- Zwei verschiedene Farbreize oder Spektren mit identischer Farbvalenz heißen **metamer** oder **bedingt gleich**
- Farbvalenz \triangleq Menge aller gleich aussehenden Farbreize

Beispiel 5.2: Metamere Farbreize



Grundlegende Arten der Farbmischung

- **Additive Farbmischung:** Licht verschiedener Farben wird inkohärent überlagert → Addition der Intensitätsspektren: $I(\lambda) = I_1(\lambda) + I_2(\lambda)$
- **Subtraktive Farbmischung:** tritt bei der Mischung von Farbmitteln auf



Additive Farbmischung



Subtraktive Farbmischung

Additive Farbmischung

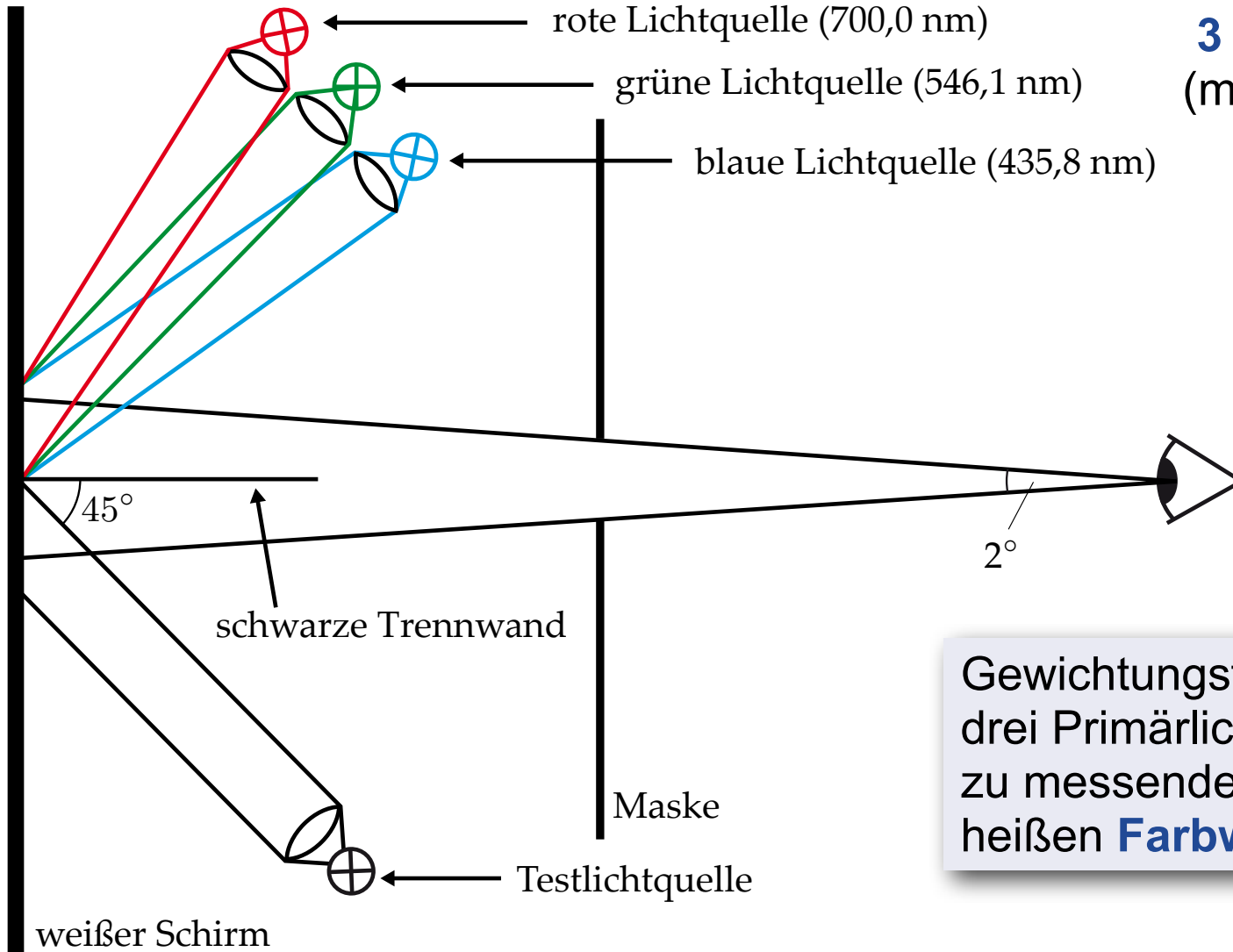
- Resultierendes Spektrum $I(\lambda)$ löst durch Wahrnehmung Farbvalenz aus
- Zusammenhang zwischen Farbvalenzen der Lichtanteile und resultierender Farbvalenz durch **Graßmann'schen Gesetze** (1853) beschrieben:
 1. Jeder Farbeindruck kann durch eine **Mischung aus drei „Grundfarben“** vollständig beschrieben werden.
 2. In einer additiven Mischung kann jede Farbe durch eine **metamere** (gleich aussehende) Farbe ersetzt werden.
 3. Alle Farbmischungen verhalten sich **stetig**. Intensitätsspektren überlagern sich linear (Superpositionsprinzip).
- Es existieren beliebig viele Mischkomponenten-Basen, aus denen sich eine gegebene Farbe mischen lässt.
- Die Grundfarben eines Basissystems müssen linear unabhängig sein.
- Für die additive Farbmischung werden häufig Rot, Grün und Blau als Grundfarben verwendet. Anwendungen: additive Farbmischung in Monitoren und Projektoren.

Farbmetrik – Messung einer Farbvalenz

- Zwei Farbreize $I_1(\lambda)$ und $I_2(\lambda)$ haben genau dann die **gleiche Farbvalenz**, wenn sie bei einem Farbvergleich **ununterscheidbar** sind
- Messung einer Farbvalenz erfolgt durch Vergleich mit einer Mischung von drei sogenannten **Primärvalenzen**, die eindeutig durch bestimmte Spektren (Farbreize) definiert sind
- Farbvalenz ist somit über eine **psychophysische Messmethode** definiert, die ihre **quantitative** Bestimmung erlaubt
- Farbvalenz ist insofern eine **objektive Größe**, als sie unabhängig ist von der Farbempfindung, die der zugehörige Farbreiz auslöst

- Vorgehensweise zur Messung der Farbvalenz einer Lichtquelle wurde 1931 von der CIE (*Commission Internationale de l'Éclairage* – Internationale Beleuchtungskommission) standardisiert

5.2.3 Die CIE-Farbräume

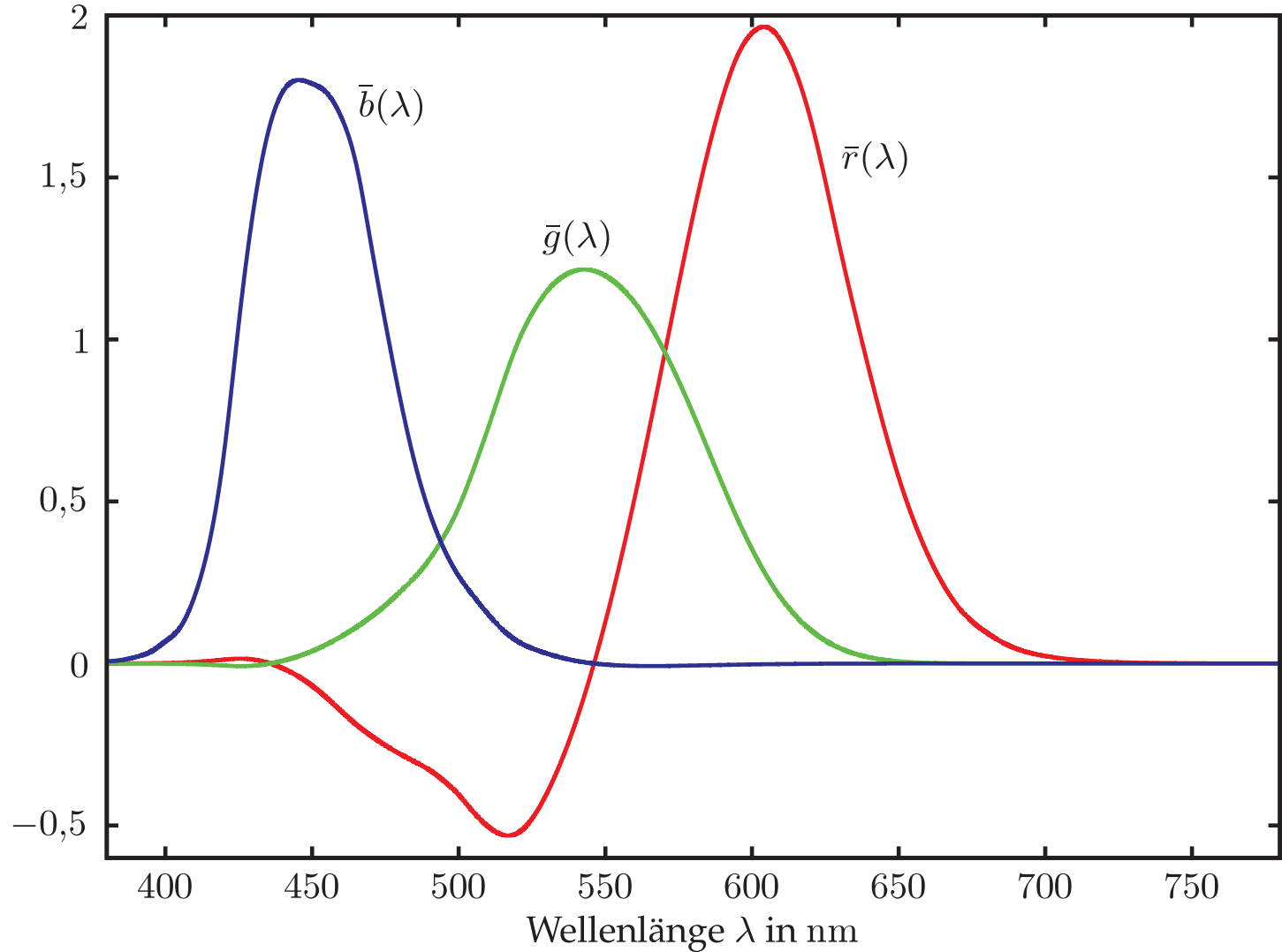


3 Primärvalenzen
(monochromatische
Lichtquellen)

Gewichtungsfaktoren der drei Primärlichtquellen der zu messenden Lichtquelle heißen **Farbwerte**

Empirische Ermittlung der Farbwerte bzgl. der CIE-Primärvalenzen

5.2.3 Die CIE-Farbräume



Farbwerte der monochromatischen Spektralfarben bzgl. der Primärvalenzen

- **Farbwerte eines beliebigen Spektrums** $I(\lambda)$ können daraus durch Multiplikation mit diesen Funktionen und anschließende Integration berechnet werden:

$$R_{\text{CIE}} = \int_{380 \text{ nm}}^{780 \text{ nm}} I(\lambda) \bar{r}(\lambda) d\lambda \quad G_{\text{CIE}} = \int_{380 \text{ nm}}^{780 \text{ nm}} I(\lambda) \bar{g}(\lambda) d\lambda \quad B_{\text{CIE}} = \int_{380 \text{ nm}}^{780 \text{ nm}} I(\lambda) \bar{b}(\lambda) d\lambda$$

- **Normierung** der drei Funktionen wird so gewählt, dass ein weißer Farbreiz $I(\lambda) = 1$ drei identische Farbwerte $R_{\text{CIE}} = G_{\text{CIE}} = B_{\text{CIE}}$ zur Folge hat und die Fläche unter den Kurven der Fläche unter der Hellempfindlichkeitsfunktion entspricht:

$$\int_{380 \text{ nm}}^{780 \text{ nm}} \bar{r}(\lambda) d\lambda = \int_{380 \text{ nm}}^{780 \text{ nm}} \bar{g}(\lambda) d\lambda = \int_{380 \text{ nm}}^{780 \text{ nm}} \bar{b}(\lambda) d\lambda = \int_{380 \text{ nm}}^{780 \text{ nm}} V(\lambda) d\lambda$$

- Aufgrund dieser Normierung entsprechen die Gewichtungen nicht der Strahlungsintensität der drei Primärlichtquellen

Problem

- Aus den CIE-Primärlichtquellen lassen sich **nicht alle Farben** mischen
- Ist es erforderlich, das Licht einer Primärlichtquelle mit der zu untersuchenden Lichtquelle zu mischen, um eine farbliche Übereinstimmung zu erreichen, wird der Primärlichtquelle ein negativer Farbwert zugeordnet

CIE-Normfarbraum $(X, Y, Z)^T$

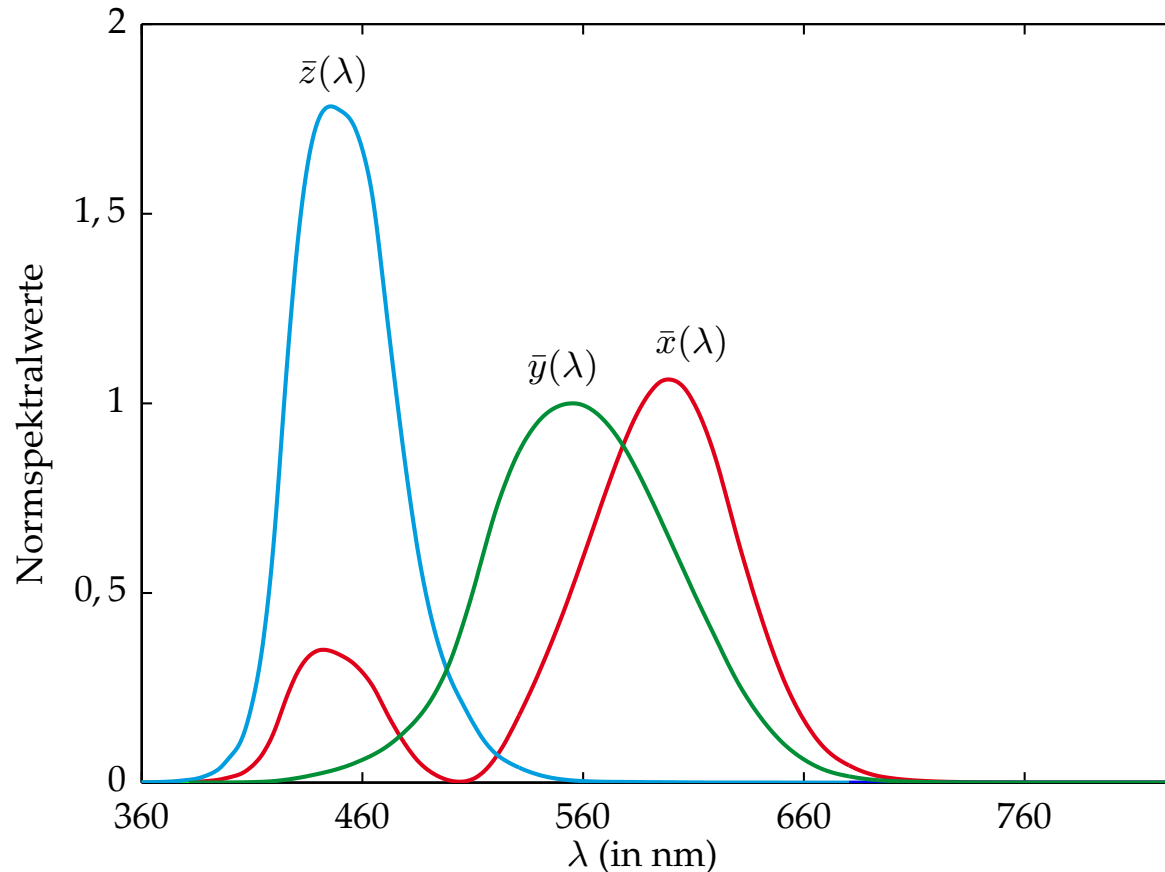
- Transformierter Farbraum, in dem die Normfarbwerte X, Y, Z aller realen Farbreize nichtnegativ sind:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \mathbf{A} \begin{pmatrix} R_{\text{CIE}} \\ G_{\text{CIE}} \\ B_{\text{CIE}} \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0,49 & 0,31 & 0,20 \\ 0,17697 & 0,81240 & 0,01063 \\ 0,00 & 0,01 & 0,99 \end{pmatrix}$$

- Transformation wird so gewählt, dass der Normfarbwert Y mit der photopischen Hellempfindlichkeitsfunktion übereinstimmt – damit erübrigt sich die zusätzliche Berechnung der Helligkeit eines Farbreizes

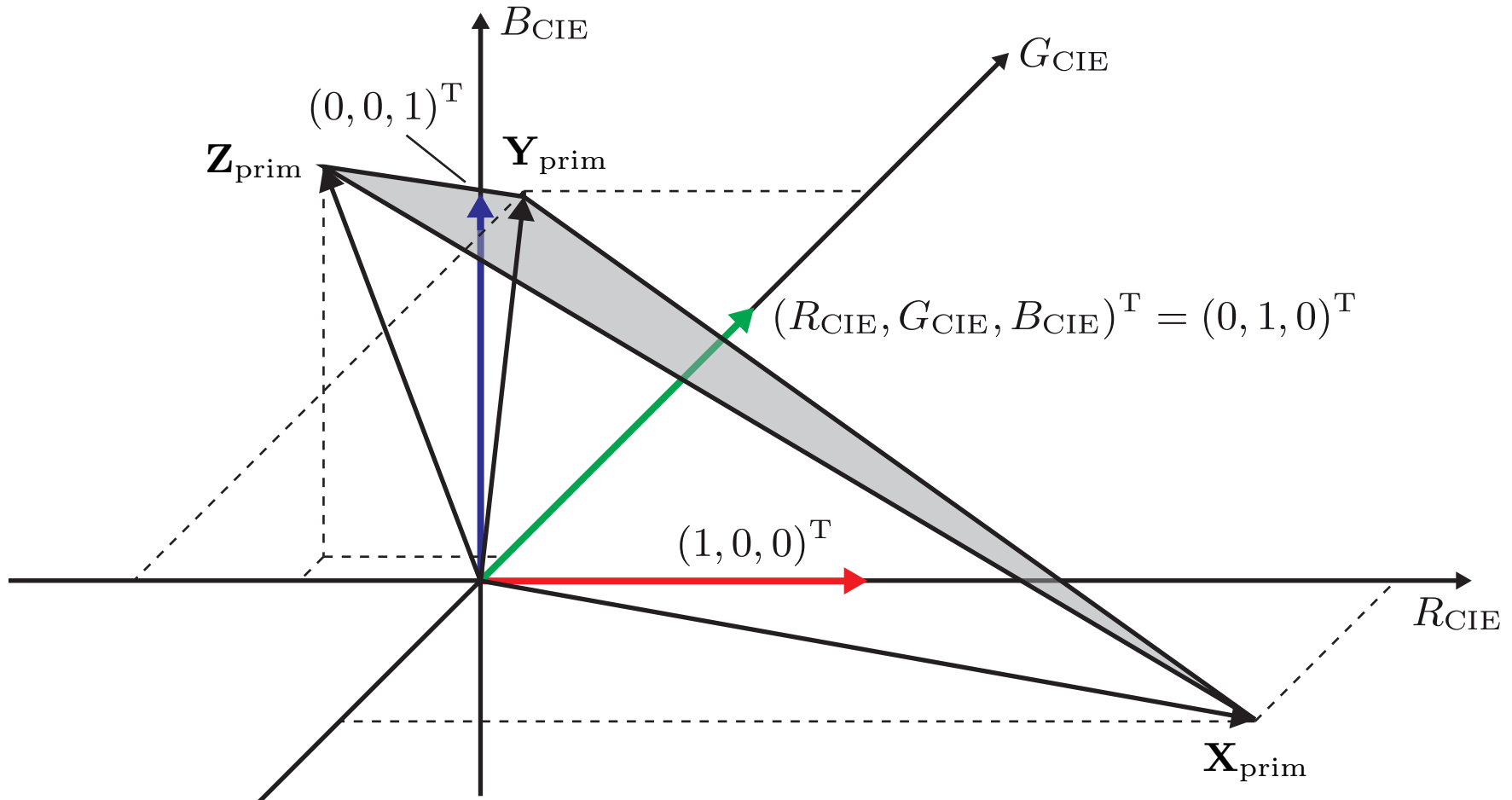
- Transformationsgleichung gilt auch für die Spektralwertfunktionen:

$$\begin{pmatrix} \bar{x}(\lambda) \\ \bar{y}(\lambda) \\ \bar{z}(\lambda) \end{pmatrix} = \mathbf{A} \begin{pmatrix} \bar{r}(\lambda) \\ \bar{g}(\lambda) \\ \bar{b}(\lambda) \end{pmatrix}$$



5.2.3 Die CIE-Farbräume

- Basisvektoren des CIE-XYZ-Farbraums heißen **virtuelle Primärvalenzen**
- Ihre Koordinaten bezüglich der CIE-Primärlichtquellen sind gegeben durch die Spalten der inversen Transformationsmatrix \mathbf{A}^{-1}



Normfarbwertanteile

- Zur Helligkeitsunabhängigen Charakterisierung einer Farbe genügt ein 2D-Raum. Hierzu werden die **Normfarbwertanteile** x, y, z eingeführt:

$$x = \frac{X}{X + Y + Z}, \quad y = \frac{Y}{X + Y + Z}, \quad z = \frac{Z}{X + Y + Z}$$

- Wegen $x + y + z = 1$ ist ein Wert redundant, so dass auf die Angabe von z verzichtet wird:
 - Normfarbwertanteile x, y charakterisieren die Farbe unabhängig von ihrer Helligkeit → **Chromatizitätskoordinaten**
 - Zusammen mit der **Helligkeits-** oder **Luminanzkoordinate** Y beschreiben sie eine Farbvalenz eindeutig
- Rücktransformation des Tripels (x, y, Y) in den CIE-Normfarbraum:

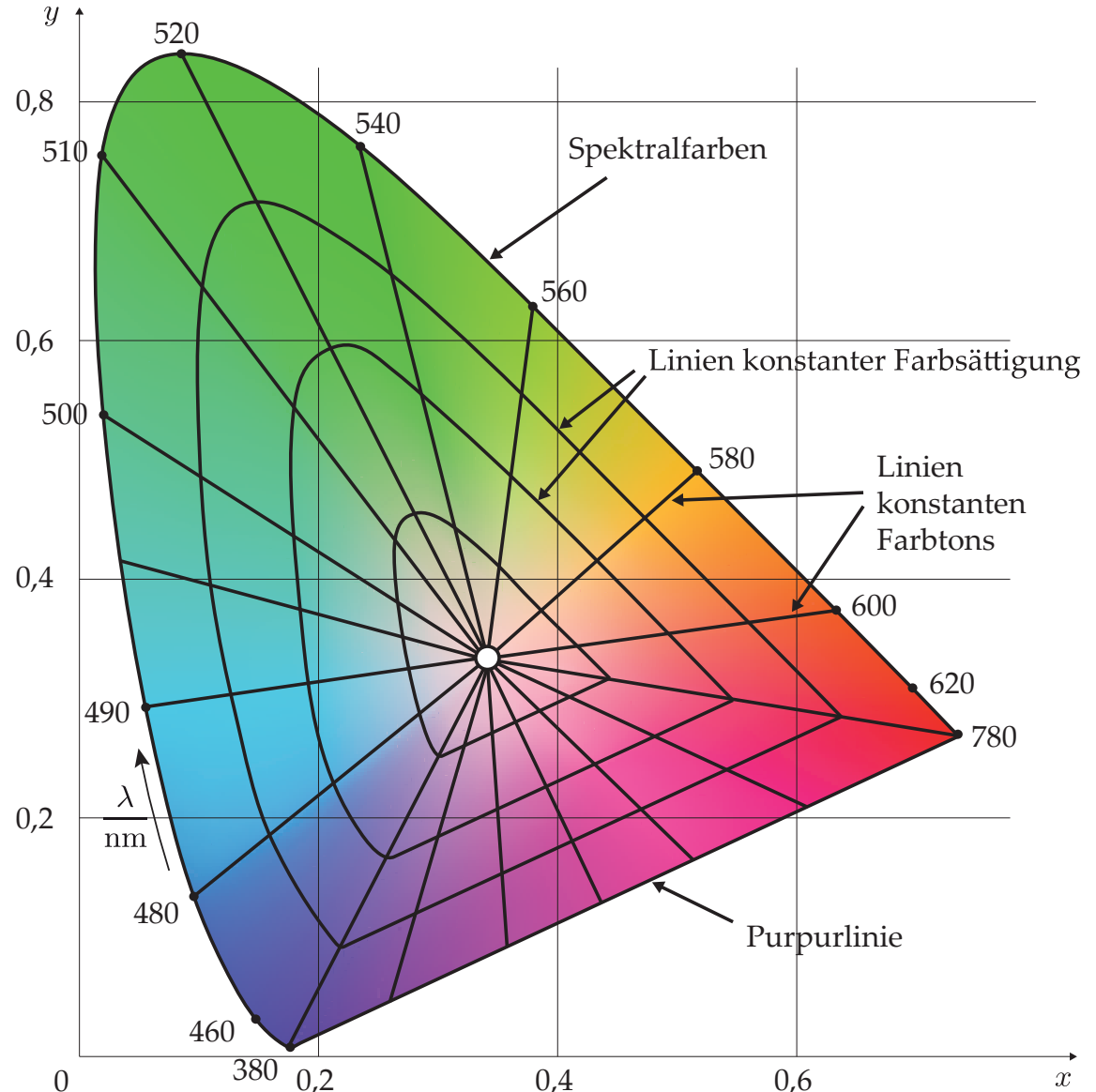
$$X = \frac{x}{y} Y, \quad Y = Y, \quad Z = \frac{z}{y} Y = \frac{1 - x - y}{y} Y$$

CIE-Normfarbtafel

- Darstellung der Farben in der x, y -Ebene
- Helligkeitsunabhängige Farbbeschreibung
- Zulässige Koordinaten liegen innerhalb eines Dreiecks:

$$x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 1$$

- Weißpunkt: $x = y = 1/3$; Sättigung nimmt von dort aus radial zu
- Schnittpunkt mit Spektralfarbenkurve: dominante Wellenlänge (außer bei Purpurlinie)



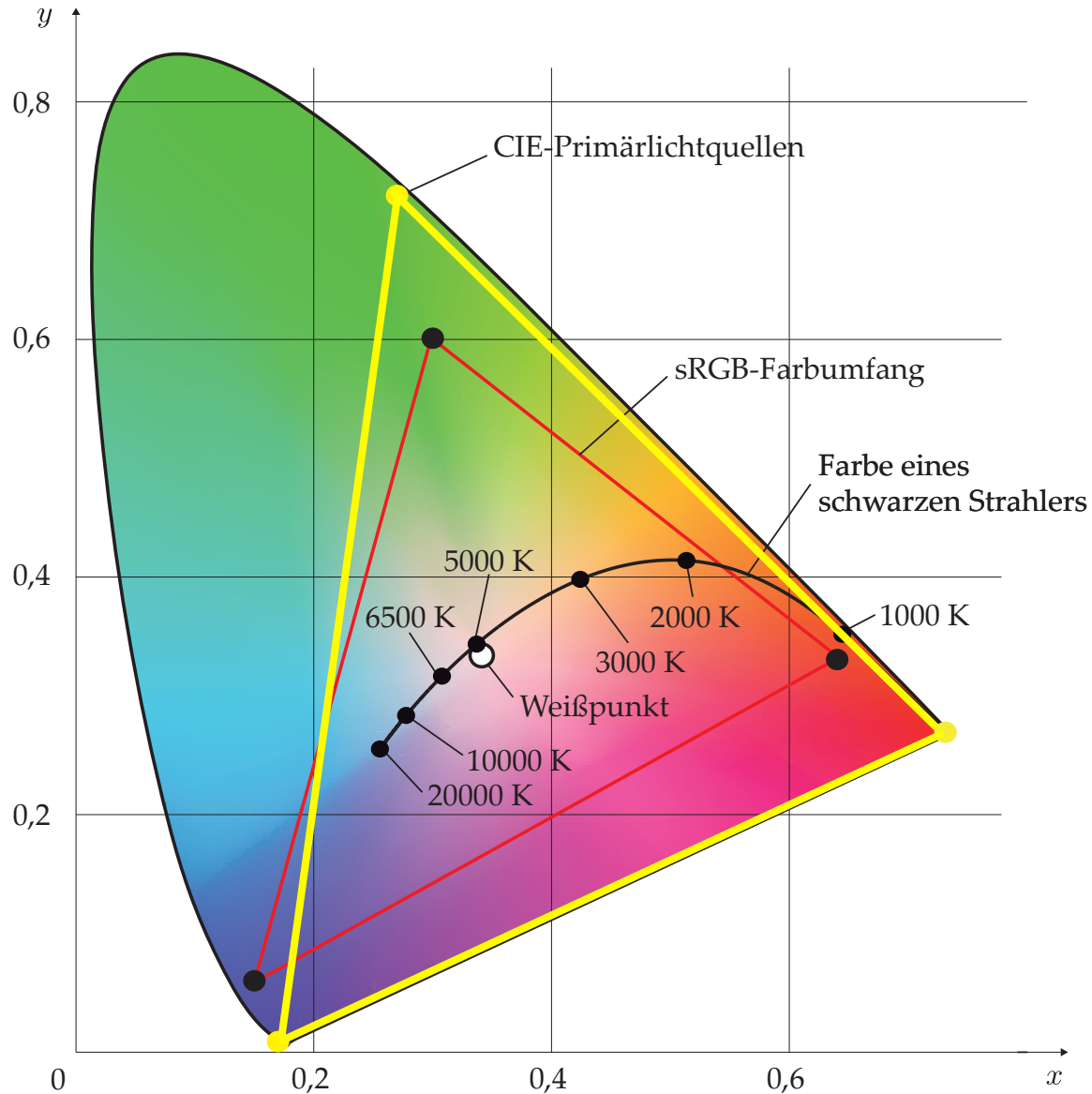
5.2.3 Die CIE-Farbräume

- Virtuelle Primärvalenzen \mathbf{X}_{prim} , \mathbf{Y}_{prim} , \mathbf{Z}_{prim} haben in der x, y -Normfarbtafel die Koordinaten $(1, 0)^T$, $(0, 1)^T$ bzw. $(0, 0)^T$
- Sie entsprechen **keinen realen Farbreizen**, jedoch können aus diesen alle realen Farben gemischt werden, da sie innerhalb des zugehörigen Dreiecks liegen
- Dies macht deutlich, dass es grundsätzlich nicht möglich ist, alle Farben durch Mischen von drei **realen** Grundfarben zu erhalten

Einschränkungen der CIE-Normfarbtafel

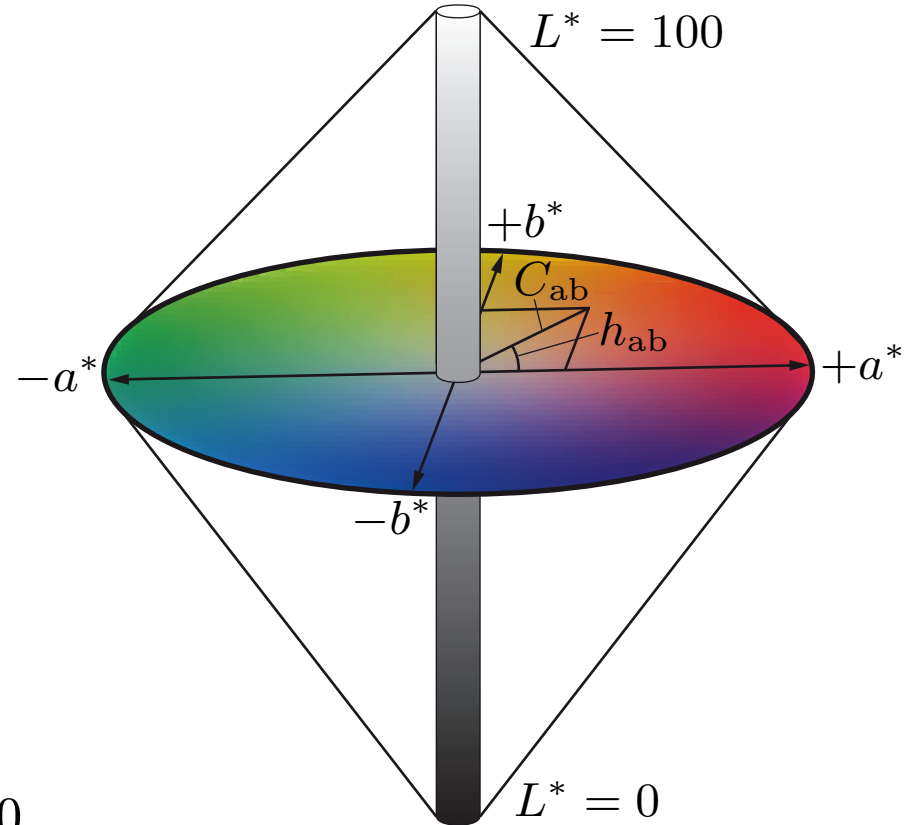
- Normfarbwerte x, y entsprechen keinen anschaulich interpretierbaren Koordinatenachsen wie z. B. Farbton und Sättigung
- Abstand zweier Punkte charakterisiert nicht den Abstand der Farben: grüner Bereich wird feiner aufgelöst, blauer Bereich dagegen sehr grob
- Abstand zweier gerade noch unterscheidbarer Farben wird durch Ellipsen dargestellt. Sie sind im Bereich der grünen Farbtöne deutlich größer als bei den Rot-, Violett- und insbesondere Blautönen. Außerdem sind sie relativ stark exzentrisch.

5.2.3 Die CIE-Farbräume



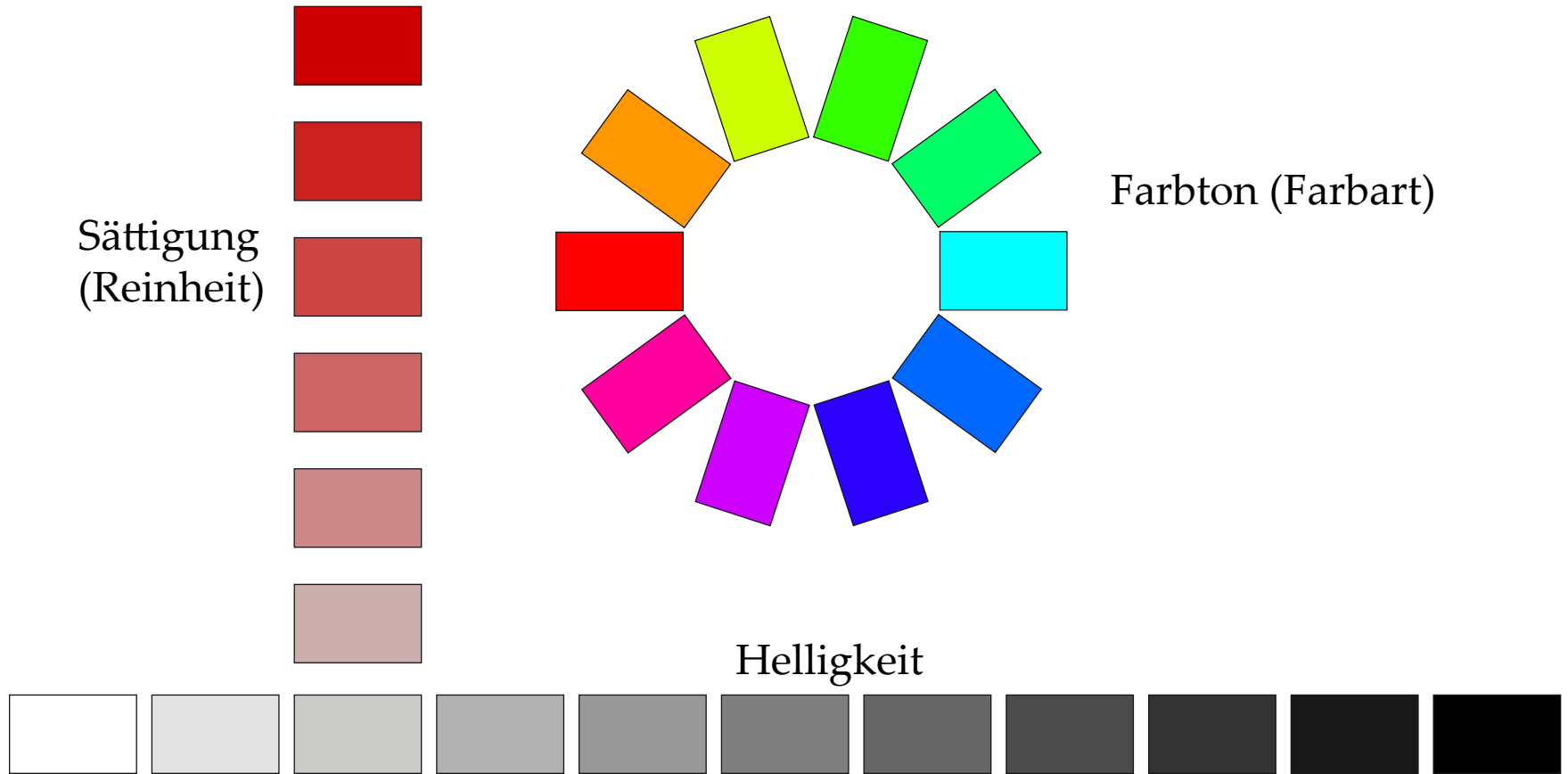
CIELAB-Farbraum

- Beruht auf der Gegenfarbentheorie
- **Helligkeit** L^* : dritte Wurzel des Normfarbwerts Y (Transformation, damit Differenzen in L^* näherungsweise gleich visuell wahrgenommen werden)
- **Gegenfarbenkoordinaten** a^* , b^* so definiert, dass sich näherungsweise ein gleichabständiger Farbraum ergibt
 - a^* : Rot-Grün-Wert
 - b^* : Gelb-Blau-Wert
- Weißpunkt bei $L^* = 100$, $a^* = b^* = 0$
- Alle Punkte auf der Linie $a^* = b^* = 0$ entsprechen unbunten Farbreizen; perfektes Schwarz liegt bei $L^* = 0$

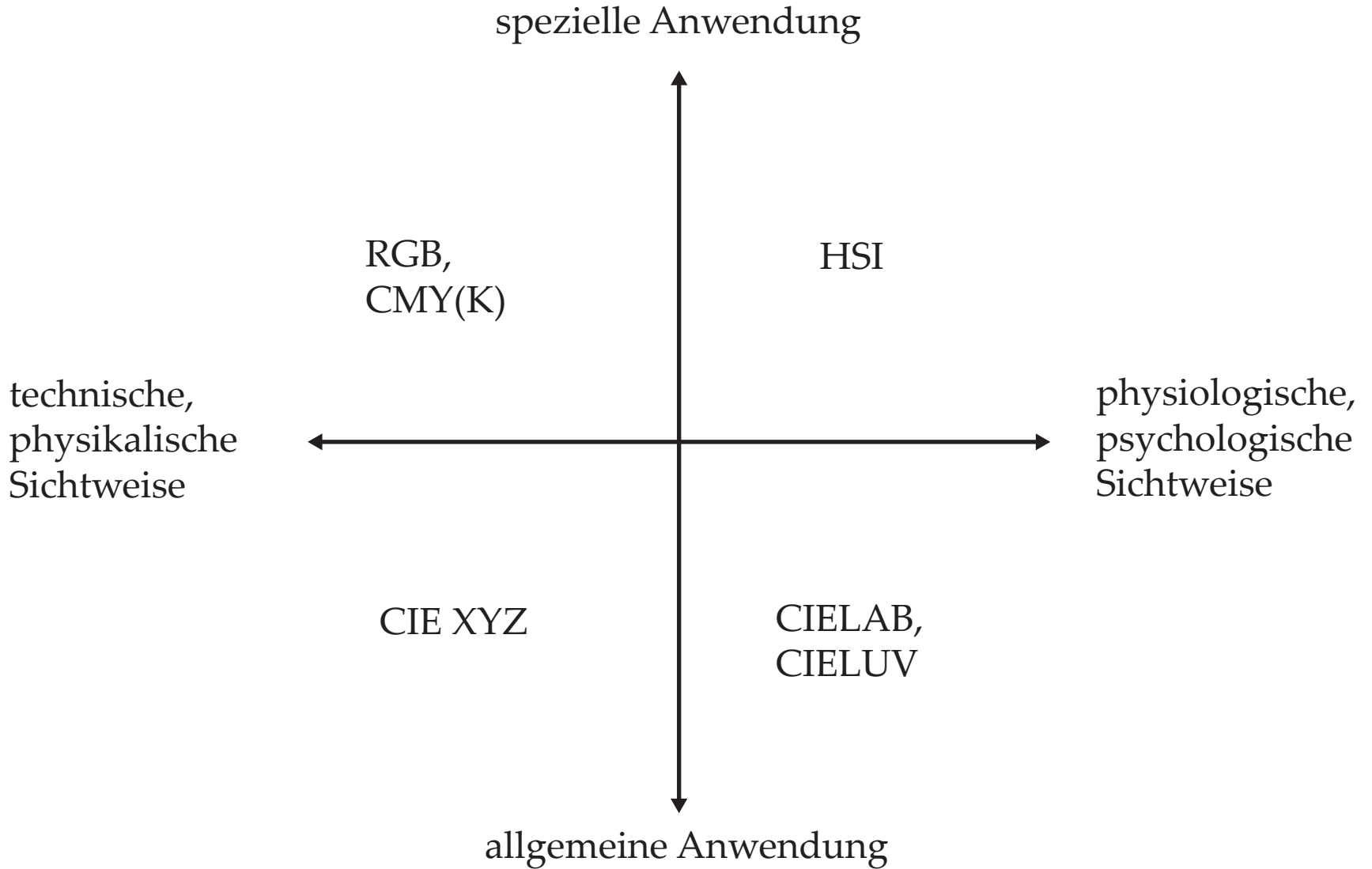


5.2.5 Farbordnungssysteme

- In **Farbordnungssystemen** werden Farben anhand festgelegter Kriterien angeordnet (z. B. der Achsen Farbton, Sättigung und Helligkeit)
- Farbordnungssysteme erlauben die Festlegung von Farbtoleranzen

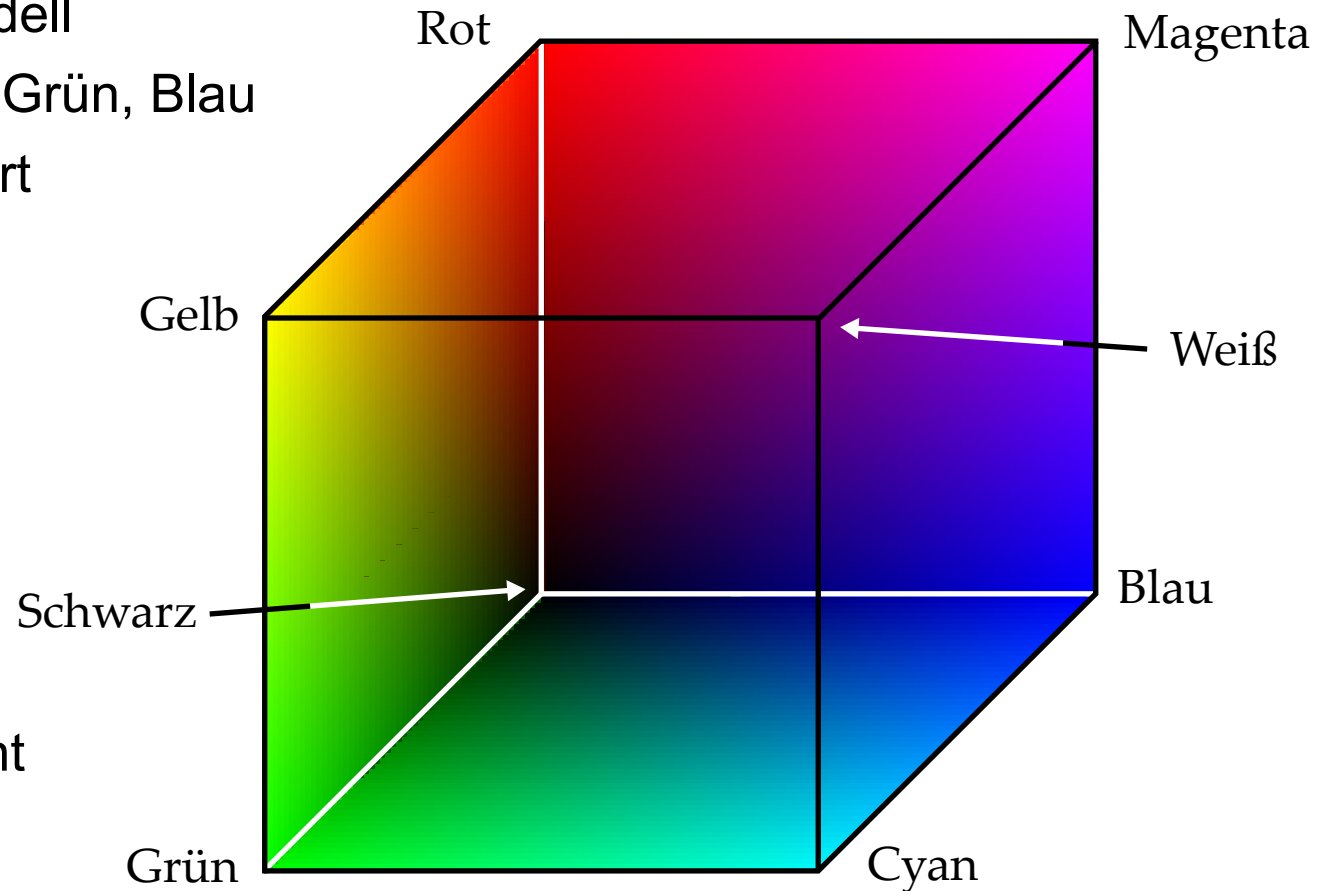


5.2.6 Weitere Farbräume



RGB-Farbraum

- Additives Farbmodell
- Grundfarben Rot, Grün, Blau
- Nicht standardisiert (Grundfarben geräteabhängig)
- Anwendung:
 - Monitore
 - Projektoren
 - Kameras
- Farbumfang (**Gamut**) entspricht Dreieck in der Normfarbtafel
- **sRGB-Farbraum** geräteunabhängig

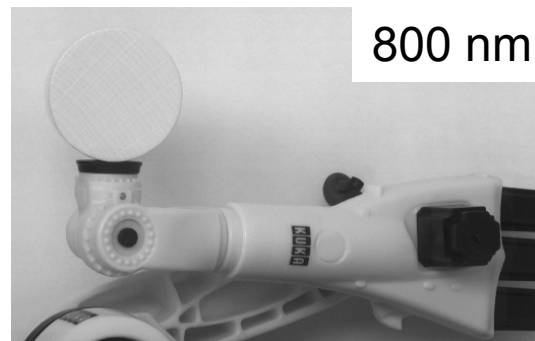
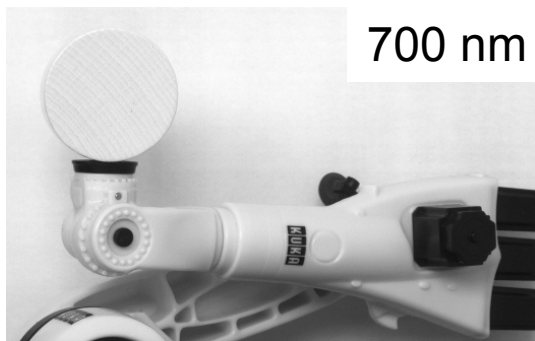
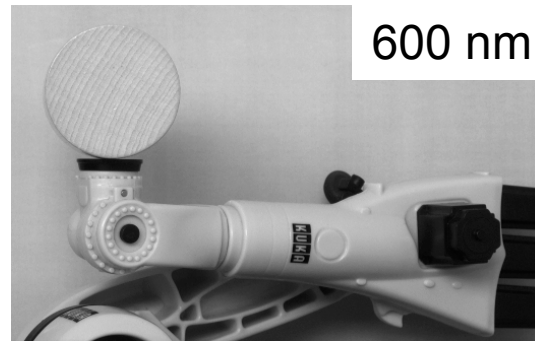
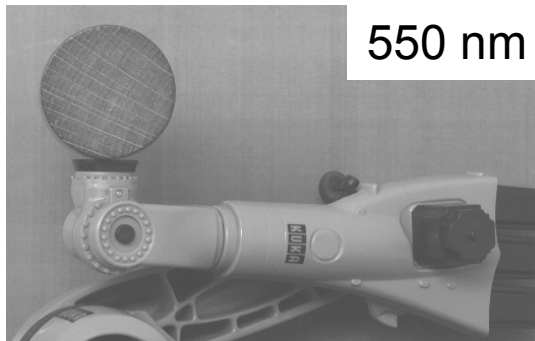
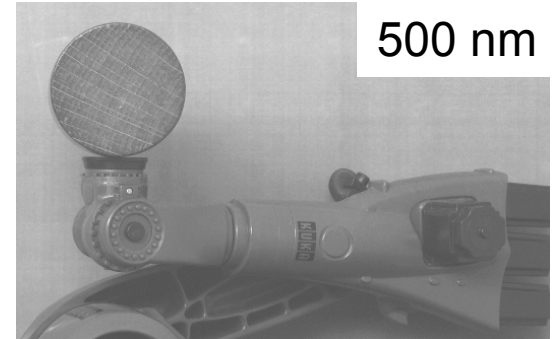
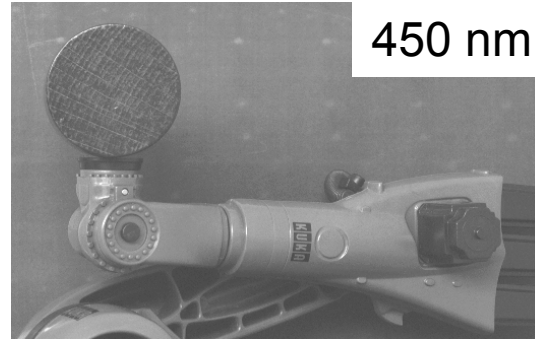
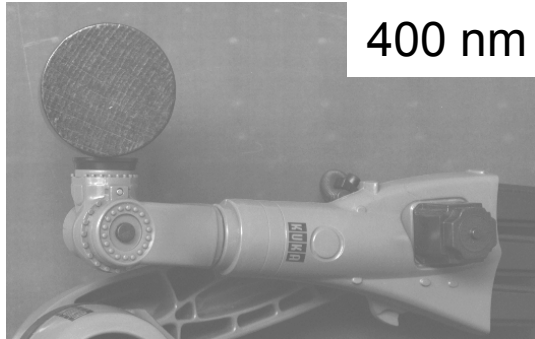


Beispiel 5.5: Spektralfilter



RGB-Kamerabild einer Szene mit einem Modell-Roboter und einem Holzklötzchen

5.3 Filter



Grauwertkameraaufnahmen mit Spektralfiltern (Durchlassbreite 50 nm) ■